Numerieke Wiskunde: 18 augustus 2017

een bisser

18 augustus 2017

1 Vraag 1:

Beschouw de functie

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \tag{1}$$

We willen deze functie evalueren met behulp van bovenstaande formule in de buurt van $x = 2$. Verwacht je daarbij moeilijkheden? Hoe kan je de eventuele moeilijkheden oplossen? Geef een gedetailleerd antwoord op basis van een foutenanalyse en conditieonderzoek.

2 vraag 2

Bepaal de gewichten $H_{-\frac{2}{3}}$,H_0 en $H_{\frac{1}{2}}$ zodanig dat de kwadratuurformule

$$\int_{a-h}^{a+h} f(x)\,\mathrm{d}x \approx H_{-\frac{2}{3}} f(a - \frac{2h}{3}) + H_0 f(a) + H_{\frac{1}{2}} f(a + \frac{h}{2}) \tag{2}$$

een zo hoog mogelijke nauwkeurigheidsgraad heeft.
Wat is deze nauwkeurigheidsgraad?

3 vraag 3:

Beschouw de vergelijking

$$x\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-3} \tag{3}$$

- Toon aan dat deze vergelijking juist twee reële nulpunten heeft. Deze nulpunten noteren we met $\alpha en \beta waarbij \alpha < \beta$.
  We proberen nu de vergelijking op te lossen met twee iteratieve methodes
- Toon aan dat de iteratieve methode

  $$x_{n+1} = 3 + log(x_n) \tag{4}$$

  met startwaarde $x_0 > \alpha$ convergeert naar β en divergeert als $x_0 < \alpha$
- Toon aan dat de iteratieve methode

  $$x_{n+1} = \mathrm{e}^{x_n - 3} \tag{5}$$

  met startwaarde $x_0 < \beta$ convergeert naar α en divergeert als $x_0 > \beta$

- Als de hierboven vermelde iteratieve methodes convergeren, hoe snel convergeren ze dan: lineair, superlineair, kwadratisch, ... ?