

Examen Elektrodynamica juli 2020

1. (7pt) We beschouwen een situatie waar de bronnen $\mathbf{J}, \rho$ voldoen aan $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t), \rho(\mathbf{r}, t) = 0$ voor $|t| \geq t_0$, en ook voor $r \geq r_0$. Met andere woorden, er is een bol B met straal r_0 rond de oorsprong, waarin er mogelijk bronnen zijn in de tijdsspanne $-t_0 < t < t_0$, maar niet daarbuiten. Buiten de bol zijn er nooit bronnen. Verder weet je ook dat voor $t < -\tau$ er geen EM velden zijn: $\mathbf{E} = 0, \mathbf{B} = 0$. Welke van de volgende uitspraken zijn zeker waar? Vul in de tabel J/N (voor 'JA'/'NEE') in.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

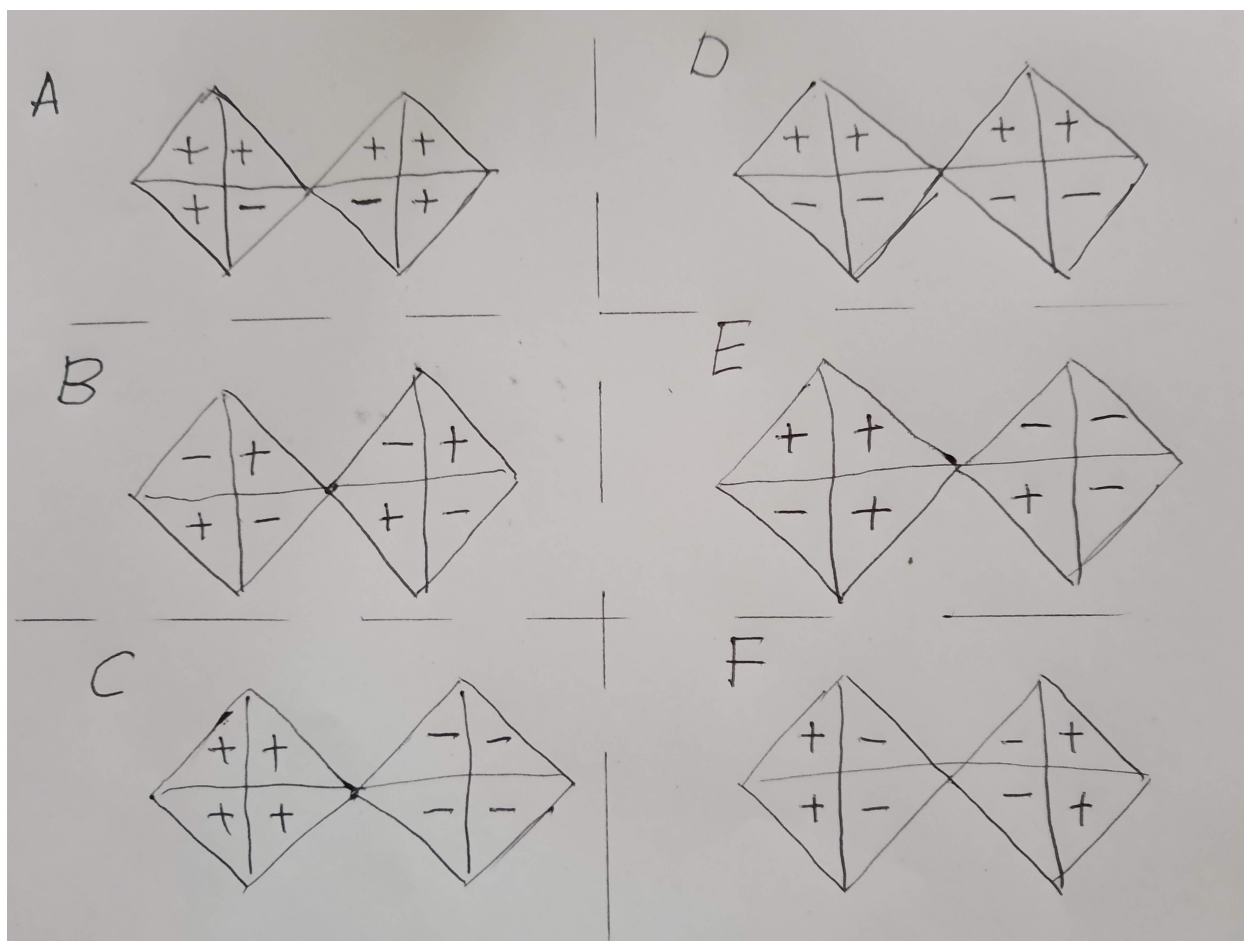
We bedoelen met $\mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{J}, \dots$ de velden $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \mathbf{J}(\mathbf{r}, t), \dots$. $d\tau$ is volume-integratie, $d\mathbf{a}$ is oppervlakte-integratie, enz...

- $\mathbf{B} = 0$ voor $|\mathbf{r}| \geq r_0$.
- $\int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{J} = 0$.
- $\int_B d\tau \mathbf{J} = 0$.
- Het elektrisch veld verdwijnt op grote afstand, i.e. $\lim_{|\mathbf{r}| \rightarrow \infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$.
- Na voldoende lange tijd is $\mathbf{E} = 0$ in B .
- $\int_S d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} = 0$ voor S de bolschil die de rand vormt van B .
- $\int_S d\mathbf{a} \cdot \mathbf{E} = 0$ met S als hierboven.
- $\int_S d\mathbf{a} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{E}) = 0$ met S als hierboven.
- $\int_B d\tau \rho = 0$.
- $\oint_{\gamma} d\mathbf{l} \cdot \mathbf{E} = 0$ voor een gesloten curve γ die volledig in B ligt.
- $\int_{-\infty}^{\infty} dt (\nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{J}) = 0$.
- $\mathbf{E}$ en $\mathbf{B}$ staan loodrecht op elkaar.
- Er is geen energie overgedragen vanuit B naar de buitenwereld.

Is het altijd mogelijk (vul J/N in de tabel) een ijk te kiezen zodat

1	2	3	4	5	6

- $\nabla \times \mathbf{A} = 0$.
- $(V, \mathbf{A})$ voldoen **niet** aan de golfvergelijkingen $\square^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$, $\square^2 V = -(1/\epsilon_0)\rho$.
- $V = 0$.
- $\mathbf{A} = 0$.
- $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.
- $\nabla \cdot \mathbf{A} = c\rho$ met c een constante.



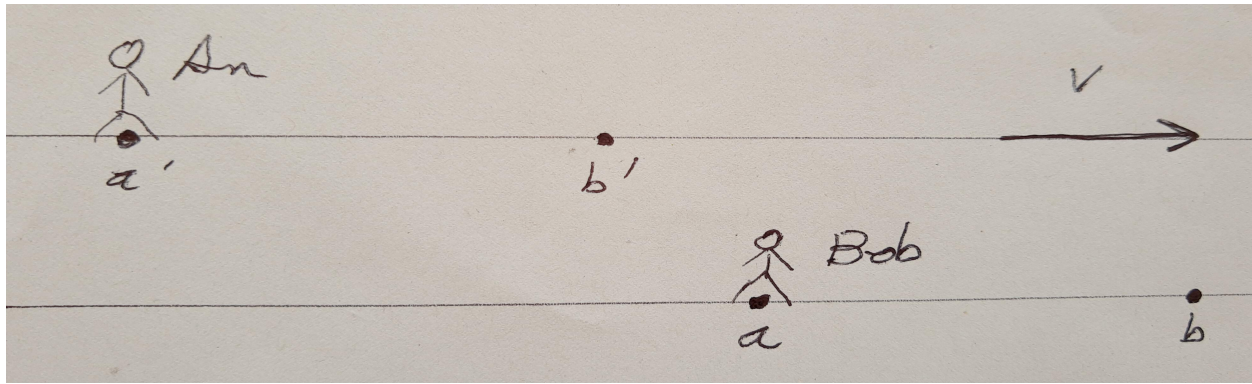
2. (3pt) We beschouwen telkens twee identieke vierkanten, verdeeld in 4 gelijke driehoeken (zie figuur). Op elk van die driehoeken brengen we een constante oppervlakteladingsdichtheid¹ (OLD) aan, namelijk $\pm\sigma$. De keuze tussen $+\sigma$ en $-\sigma$ wordt aangegeven door '+' en '-' in de figuur. Dus: alle plustekens duiden dezelfde OLD aan, en alle mintekens duiden de tegengestelde OLD aan. Elk van deze ladingsverdelingen zal een elektrostatisch veld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ opwekken. Voor r veel groter dan de afmetingen van de vierkanten, is elk van die velden te schrijven in de vorm

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \phi, \theta) = r^{-a} \mathbf{f}_0(\phi, \theta) + r^{-(a+1)} \mathbf{f}_1(\phi, \theta) + \dots$$

De eerste term rechts domineert dus als $r \rightarrow \infty$. Geef voor elk van de afgebeelde ladingsverdelingen enkel de waarde van de macht $a \in \mathbb{R}$.

A	B	C	D	E	F

¹De verdelingen zijn weliswaar vlak, maar de opzet is wel degelijk 3D. De vierkantjes liggen in het vlak $z = 0$.



3. (7pt) An vliegt met een ruimteschip aan een snelheid van $0.8c$ (zie figuur). Bob staat stil op de grond. Bob meet $1m$ tussen de merkpunten a en b op de grond. An meet $1m$ tussen de merkpunten a' en b' in haar ruimteschip. Dus: de merkpunten a', b' zijn op het ruimteschip aangebracht en de merkpunten a, b zijn op de grond aangebracht. Geef (berekening niet nodig) in elk van de volgende situaties het tijdsverloop (in s) dat **An** meet

- i) tussen de tijdstippen dat Bob's klok $1s$ en $2s$ aangeeft.
- ii) tussen de passage van An aan a en aan b .
- iii) tussen de passage van Bob aan b' en aan a' .
- iv) tussen het samenvallen van de twee punten a, a' en het samenvallen van de twee punten b, b' . Zeg ook expliciet welke van de twee gebeurtenissen eerst plaatsgrijpt.

Geef de afstand (in m) die An meet

- i) tussen de punten a en b (op hetzelfde tijdstip gemeten).
- ii) tussen de punten b en b' , gemeten op het moment dat a en a' samenvallen.

4. (3pt) Een puntlading $+q$ beweegt op een cirkel met straal R en met een snelheid $|\mathbf{v}| = c$. (ie. het verschil $c - |\mathbf{v}|$ is klein ten opzichte van andere relevante parameters en men kan eenvoudigweg $|\mathbf{v}| = c$ nemen in de uitdrukkingen). Beschrijf het tijdsafhankelijk elektrisch veld $\mathbf{E}$ in het middelpunt van de cirkel (richting en magnitude). Neem aan dat de cirkelbeweging periodisch is; beschrijf dus **niet** wat er gebeurt bij het aan- of afzetten van deze beweging). Geef zowel een kwalitatieve beschrijving (schets) als een kwantitatieve beschrijving (je mag goniometrische uitdrukkingen laten staan in je antwoord).