

Deelexamen II Calculus 2022-2023

1 Opwarmers

Vraag 1. Een bloem met vier blaadjes (Met grafiek gegeven) wordt beschreven door de vergelijking $x^2y^2 = (x^2 + y^2)^3$, geef de vergelijking in poolcoördinaten.
(1ptn)

Vraag 2. Geef een vergelijking voor de bloem van vraag 1, maar dan met 8 blaadjes (grafiek ook gegeven). Geef een korte verklaring voor je vergelijking.
(1ptn)

Vraag 3. Bepaal het domein van $u(x, t) = \sin(x - at) + \ln(x + at)$ en toon aan dat $u(x, t)$ voldoet aan de golfvergelijking:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

met $a \in \mathbb{R}$
(2ptn)

2 Parameterkromme

Vraag 4. Bepaal de lengte van onderstaande cycloïdeboog met $(t \in [0, 2\pi])$ en $a > 0$.

$$\begin{cases} x(t) = a(t - \sin t) \\ y(t) = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (2)$$

(2ptn)

Vraag 5. Bepaal het volume van de cycloïdeboog na een omwenteling rond de x -as.
(3ptn)

3 Machtreksen

Vraag 6. *Bepaal een Taylorreeks voor de functie:*

$$f(x) = (x+1) \ln(3x+4) \quad (3)$$

rond $x = -1$ en bepaal het convergentieinterval.

(4ptn)

4 Functies van meerdere veranderlijken

Vraag 7. *Een skiër bevind zich in het punt $(x, y) = (1, 1)$ op een berg met hoogteprofiel:*

$$z = 100 - \frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{10}y^2 \quad (4)$$

Bepaal de 3-dimensionale snelheidsvector van de skiër in het vertrekpunt als hij vertrekt in de richting met de sterkste daling.

(3ptn)

5 Optimalisatieprobleem

Vraag 8. *Beschouw de 2-dimensionale potentiaal:*

$$V = \frac{C \cos \theta}{r^2} \quad (5)$$

met $C > 0$ constant. Bespreek de kritieke punten langs het pad $r = a + b \cos \theta$ met $0 < b < a$

(4ptn)