

Vraag 1 (20 ptn)

De eerste wet van Kepler zegt ons dat een planeet een elliptische baan beschrijft rond zijn ster. Hierbij is de massa van de ster echter veel groter dan die van de planeet. Nu beschouwen we een systeem van 2 sterren met vergelijkbare massa die rond elkaar draaien. Leid het tweedeeltjesprobleem af en gebruikt het bekomen resultaat om aan te tonen dat de sterren een elliptische baan beschrijven rond het massacentrum en ten opzichte van elkaar.

Vraag 2 (20 ptn)

We weten dat:

$$\frac{d\vec{L}^{tot}}{dt} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{ext} = \vec{\tau}^{tot,ext} \quad (1)$$

Dit is geldig in een inertiaalstelsel, of in het speciale geval dat de oorsprong in het massacentrum ligt. Toon aan dat:

$$\frac{d\vec{L}_{CM}^{tot}}{dt} = \sum_{j=1}^N \vec{r}_j \times \vec{F}_j^{ext} = \vec{\tau}_{CM}^{tot,ext} \quad (2)$$

altijd geldt en maak een duidelijke tekening om je redenering bij dit bewijs te staven.

Vraag 3 (10 ptn)

Een massa van $3kg$ en een massa van $4kg$ liggen op een wrijvingsloos oppervlak. De massa van $3kg$ beweegt met een snelheid van $8m/s$ richting de tweede massa, waaraan een veer bevestigd is met een veerconstante van $850N/m$.

a)

Wat is de maximale indrukking van de veer?

b)

Wat zijn de snelheden van de blokken na de botsing?

c)

Is de botsing elastisch?

Vraag 4 (20 ptn)

Een motorrijder neemt een bocht met een straal van 500m. De massa van de motor en de motorrijder samen is 160kg en hun massamiddelpunt ligt $0,5\text{m}$ boven de grond als hij perfect verticaal rijdt. Zijn tangentiële snelheid is 60m/s en zijn tangentiële versnelling 4m/s^2 .

a)

Maak een duidelijke tekening in bovenaanzicht en achteraanzicht met de snelheden, versnellingen en krachten die inwerken op de motor en motorrijder.

b)

bereken de snelheid en de versnelling van de motorrijder.

c)

bereken de grootte van de componenten van alle krachten die inwerken op het contactoppervlak van de motor met de weg.

d)

bereken de hoek waarmee de motorrijder de bocht neemt (*Hint: neem het massacentrum als oorsprong van het stelsel*)

e)

Wat is het schijnbare gewicht van de motorrijder wanneer hij de bocht neemt? Het schijnbare gewicht is de normaalkracht uitgeoefend op de motorrijder, ga ervan uit dat de normaalkracht alleen via het zadel werkt en niet langs bv. de handen op het stuur.

Vraag 5 (15 ptn)

Een treintje staat in het midden van een draaiende schijf (initiële hoeksnelheid ω_i). De massa van het treintje is m en het traagheidsmoment van de schijf is I . Het treintje dan op een recht spoor tot een afstand R van het midden. (R kleiner dan de straal van de schijf)

a)

Vindt ω' , de hoeksnelheid van de schijf wanneer het treintje op een afstand R van het centrum is.

b)

Toon aan dat als m, R en I strikt positief zijn, de totale energie van het systeem strikt kleiner is wanneer het treintje een afstand $R > 0$ van het centrum is, dan wanneer het treintje in het midden staat.

c)

Het treintje rijdt met een constante snelheid van het centrum tot op een afstand R . Toon aan dat de arbeid verricht door de remkracht van het treintje gelijk is aan:

$$W = - \int_0^R dr \, mr \left(\frac{I\omega_i}{I^2 + mr^2} \right)^2 \quad (3)$$

***d) (2 ptn)**

gebruik de resultaten uit vraag b) en c) om aan te tonen dat:

$$\int_0^R dr \frac{r}{(1+r^2)^2} = \frac{1}{2(1+r^2)} \quad (4)$$

-stukje proza

Vraag 6 (15 ptn)

Je koopt een fles water in de winkel en legt die op de band aan de kassa met de lengte as loodrecht op de bewegingsrichting van de band. Initieel zijn zowel de band als de fles in rust. De fles kunnen we benaderen als een cilinder met straal a , massa M en traagheidsmoment $I = Mk^2$ (k in lengte-eenheden), de massa is niet uniform verdeeld. De band begint te bewegen met een snelheid $V(t)$.

a)

Vind een uitdrukking voor de snelheid $v(t)$ van het massacentrum van de fles.

***b)**

Leg uit waarom een fles de neiging heeft te beginnen spinnen op een bewegende band.