

Algebra I

13 januari 2020

1 Theorie

1. Bewijs de stelling van Cayley. (mondeling)
Bijvraag: wat is de orde van een $\sigma \in S_n$ (dus geef de stelling van Ruffini) + in S_9 wat is de grootste mogelijke orde van een element in deze groep + Beschouw volgende rij van eindige velden $\mathbb{F}_2 \mathbb{F}_3 \mathbb{F}_4 \mathbb{F}_6 \mathbb{F}_8$ wie is deelveld van wie en merk je iets vreemds op aan één van deze 'velden'.
2. Bewijs Bezout Bachet (stelling 2.4.14) wordt gegeven.
3. stel $V, <., .>$ een complexe inproductruimte en $A : V \rightarrow V$
 - (a) geef de definitie van de adjunct matrix A^* van A .
 - (b) als deze bestaat, bewijs dan de uniciteit ervan.
 - (c) bewijs dat $A^{**} = A$

2 Oefeningen

1. Stel $G, *$ een p-groep met $|G| = p^n$ met $n > 1$.
 - (a) Stel dat N een strikte normaaldeler is van G . Toon aan dat er een $x \in Z(G/N)$ bestaat zodat de orde van x gelijk is aan p .
 - (b) Als N een strikte normaaldeler is van G . Bewijs dan dat er een normaaldeler M van G bestaat zodat $[M : N] = p$.
 - (c) Bewijs dat G oplosbaar is.
2. We noemen $R, +, .$, een commutatieve ring met eenheidselement, een *lokale ring* als R een uniek maximaal ideaal heeft. (hiermee bedoelde hij dus 'één' maximaal ideaal).
 - (a) Geef een voorbeeld van zo'n ring, leg voldoende uit.
 - (b) Bewijs volgende eigenschap: R is een *lokale ring* $\Leftrightarrow I = \{r \in R | r \text{ is geen eenheid}\}$ is een ideaal van R . En bewijs dan ook dat het maximaal ideaal gelijk is aan I .
 - (c) Stel $R, +, .$ is een deelring van $\mathbb{Q}, +, .$ en als volgt gedefiniëerd: $R = \{\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} | b \text{ is oneven}\}$. Toon aan dat R een *lokale ring* is.
3. Stel $E = \mathbb{Q}(\sqrt{6}i - \sqrt{5})$ een velduitbreiding.
 - (a) Zoek een basis voor E als vectorruimte over $\mathbb{Q}$.
 - (b) Zoek een $f \in \mathbb{Q}[x]$ zodat E het ontbindingsveld is van deze veelterm.
4. Stel $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ waarvoor $A^2(A^2 - 4I) = 0$. Geef alle mogelijke minimale veeltermen van A^3 en leg per veelterm uit hoe A en A^3 eruit zien.