Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie, Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma's Master in de Toegepaste Informatica en Master in de Chemie
maandag 18 augustus 2014, 9:00–13:00
Auditoria 200M.00.06 en 200M.00.07

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 5 pt	(b) 5 pt		
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 6 pt		
Vraag 3:	(a) 3 pt	(b) 7 pt		
Vraag 4:	(a) 2 pt	(b) 2 pt	(c) 2 pt	(d) 4 pt
Vraag 5:	(a) 7 pt	(b) 3 pt		

- Succes!

Naam:

Vraag 1 Bereken de volgende integralen

(a) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\cos t - \sin t| \, dt$

(b) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+a)} \, dx \qquad \text{met } a > 0.$

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 De kromme K wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$r = f(\theta) = \theta \sin(2\theta), \qquad \theta \in [0, \pi/2]$$

(a) Bereken de tweedegraads Taylorveelterm rond $\theta_0 = \pi/2$ van $f(\theta)$.

(b) Bereken de oppervlakte van het gebied omsloten door K en de rechten $y = x$ en $x = 0$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Bepaal s zodanig dat

$$\sum_{k=2}^{n} \ln\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \ln(n+1) - \ln n - s \tag{1}$$

juist is voor $n = 2$.

(b) Neem de waarde van s die u gevonden heeft in onderdeel (a) en bewijs met behulp van volledige inductie dat (1) geldt voor elk natuurlijk getal $n \geq 2$.

[Indien u onderdeel (a) niet heeft kunnen maken, neem dan $s = 2$. Dit is niet het juiste antwoord op onderdeel (a).]

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Beschouw de functie

$$f(x,y) = x^2 + 2y^2.$$

(a) Schets de niveaukromme $f(x,y) = 8$.

(b) Zij (a,b) een punt op de niveaukromme uit onderdeel (a) met $a > 0$ en $b > 0$. Geef een vector die in (a,b) loodrecht staat op de niveaukromme.

(c) De raaklijn aan de niveaukromme in (a,b) snijdt een driehoek in het eerste kwadrant uit met oppervlakte

$$\frac{(a^2 + 2b^2)^2}{4ab}$$

Dit hoeft u niet te bewijzen. We willen weten wanneer deze oppervlakte minimaal is. Laat zien dat dit probleem neerkomt op het maximaliseren van ab onder de nevenvoorwaarde $a^2 + 2b^2 = 8$.

(d) Los het probleem uit onderdeel (c) op.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 Beschouw de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} + kx = 2 + 5e^{-t}$$

met $k > 0$.

(a) Neem $k = 2$ en bepaal de oplossing van de differentiaalvergelijking met beginwaarden $x(0) = 0$ en $x'(0) = 1$.

(b) Laat zien dat er voor elke $k > 0$ een oplossing van de differentiaalvergelijking is waarvoor

$$\lim_{t\to+\infty} x(t) \qquad \text{bestaat.}$$

Antwoord: