Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma's Master in de Toegepaste Informatica
en Master in de Chemie
maandag 17 augustus 2015, 9:00–13:00

Auditorium M.00.06: A-Me, 43 studenten

Auditorium M.00.07: Mo-Z, 42 studenten

Lokaal B.01.05: studenten met examenfaciliteiten

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 2 pt	(b) 2 pt	(c) 6 pt
Vraag 2:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 3:	(a) 2 pt	(b) 3 pt	(c) 5 pt
Vraag 4:	(a) 4 pt	(b) 2 pt	(c) 4 pt
Vraag 5:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	

- Succes!

Naam:

Vraag 1 De functie f is gegeven door

$$f(x) = k(k+1) \qquad \text{als } x \in [k, k+1[\text{ met } k \in \mathbb{Z}.$$

(a) Schets de grafiek van f op het interval $[-3, 3[$.

(b) Toon aan dat

$$\int_0^n f(x)dx = \sum_{k=0}^{n-1} k(k+1)$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$.

(c) Bewijs met volledige inductie dat

$$\int_0^n f(x)dx = \frac{1}{3}n(n-1)(n+1)$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 Bereken de volgende integralen

(a) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin t - \cos t|\, dt$

(b) $\displaystyle\int_0^{\infty} x^3 e^{-p\,x^2}\, dx \qquad \text{met } p > 0.$

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Neem $a > 0$. Schets de krommen $y = x^2$ en $y = a^2 - x^2$ in één figuur.

(b) Bereken de oppervlakte van het gebied dat omsloten wordt door de twee krommen.

(c) De kromme K wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$r = f(\theta) = 2\cos(\theta/2), \qquad \theta \in [-\pi, \pi]$$

Bereken de oppervlakte van het gebied dat zich binnen K bevindt en buiten de eenheidscirkel $x^2 + y^2 = 1$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Beschouw de functie

$$f(x,y) = 1 + 2xy - x^3 - xy^2$$

(a) Bereken de stationaire punten van f.

(b) Bereken

$$\Delta = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$$

in het punt $(x,y) = (1,0)$. Bereikt f in $(1,0)$ een lokaal extremum?

(c) Bereken het maximum en het minimum van f op de cirkel $x^2 + y^2 = 4$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (a) Bereken de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$\frac{dy}{dt} = \frac{ty^3}{\sqrt{1+t^2}}$$

die voldoet aan de beginvoorwaarde $y(0) = -1$.

(b) Bereken de oplossing van

$$4\frac{dx^2}{dt^2} + 24\frac{dx}{dt} + 37x = 0$$

die voldoet aan $x(0) = 1$ en $x'(0) = 0$.

Antwoord: