Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
donderdag 17 augustus 2017, 14:00–18:00

Auditorium 200M.00.06: A-M (49 studenten)

Auditorium 200M.00.07: O-Z (46 studenten)

Lokaal 200B.00.16: student met faciliteiten (9 studenten, vanaf 13 uur)

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 10 pt		
Vraag 2:	(a) 6 pt	(b) 4 pt	
Vraag 3:	(a) 3 pt	(b) 4 pt	(c) 3 pt
Vraag 4:	(a) 3 pt	(b) 4 pt	(c) 3 pt
Vraag 5:	(a) 4 pt	(b) 6 pt	

- Succes!

Naam:

Vraag 1 Bewijs met volledige inductie dat

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$

Antwoord:

Naam:

Vraag 2

(a) Laat zien dat voor elke $a > 0$ er een unieke waarde voor $b > a$ bestaat zo dat

$$\int_b^\infty \frac{1}{x(x-a)} dx = a$$

en bepaal deze waarde van b in functie van a.

(b) Bereken

$$\lim_{a \to 0+} ab$$

waarbij b de functie van a is die u in onderdeel (a) gevonden heeft.

Als u onderdeel (a) niet hebt kunnen maken, neem dan

$$b = \frac{a^2 e^{a^3}}{e^{a^3} - 1}.$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 Bij een chemische reactie $4A \to B$ voldoet de concentratie $a(t)$ van de stof A en B aan de differentiaalvergelijkingen

$$\frac{da}{dt} = -ra^4,$$

met $r > 0$ de reactieconstante. We nemen beginwaarde $a(0) = 1$.

(a) Bereken de tweedegaads Taylorveelterm van $a(t)$ rond $t = 0$.

(b) Geef de oplossing $a(t)$ van de differentiaalvergelijking.

(c) Gegeven is dat $a(10) = 1/3$. Vind hieruit de waarde van r.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Een functie van twee veranderlijken wordt gegeven door

$$f(x,y) = \int_x^y s(s-1)(s-2)\,ds.$$

(a) Bereken alle stationaire punten van f.

(b) Bepaal van de stationaire punten of het een lokaal maximum, lokaal minimum of zadelpunt betreft. U mag u beperken tot die stationaire punten (x,y) met $x < y$.

(c) Zij D het domein in het xy-vlak bepaald door de ongelijkheden

$$D: \quad 0 \le x \le y \le 4.$$

Schets D en bepaal het maximum en minimum van f op D.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 De functie $x(t)$ voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{4}{t}\frac{dx}{dt} + \frac{6}{t^2}x = \frac{4}{t^2}.$$

(a) Laat zien dat $y(s) = x(e^s)$ voldoet aan

$$\frac{d^2y}{ds^2} - 5\frac{dy}{ds} + 6y = 4.$$

(b) Bepaal de oplossing van de differentiaalvergelijking voor x die voldoet aan $x(1) = 1$ en $x'(1) = 0$.

Antwoord: