Document Calculus 1 deelevaluatie 2

Vraag 1:
Beschouw de functie F(x,y) = sin (x + 2y) + ln(1 +xy)

1.1
Bepaal de eerste orde partiële afgeleide van F(x,y)
1) cos(x+2y) + 1/(1 + xy)*y
2) cos(x+2y)*2 + 1/(1+ xy)*x

1.2
Bepaal de richtingsafgeleide in het punt (0,0) in de richting van de vector (1,-1)
(cos(x+2y) + 1/(1 + xy)*y)*i + (cos(x+2y)*2 + 1/(1+ xy)*x)*j met x en y = 0 en i = 1 en j = -1
Dit geeft :
cos(0+2*0)*(1) + 0*(-1) + cos(0+2*0)*(-1) +0*(-1) = 1-1 = 0

1.3
Benader het reëel getal sin(0.12) + ln(1.001) door gebruik te maken van een lineaire benadering F(x,y)
1) steldel: x + 2*y = 0 en 1+x*y = 1 als en slechts als x en y 0 zijn. dus a en b zijn nul!!
2) F(x,y) = f(a,b)+f(a)'*(x-a) + f(b)’*(y-b)
   geeft ongeveer 0, iets meer

Vraag 2:
Beschouw de functie f(x,y) = ln((x^2 -4)^2 + (y^2 +4))
2.1
Domein van de functie ?
Alle reële getallen zonder 2 en -2
2.2
Bepaal de volgende limiet of beargumenteer dat deze niet bestaat

(x,y)→ (√5,√e2−4)f(x,y)

= de limiet is ln(1-e^2) Deze limiet bestaat omdat de waardes binnen het domein liggen van deze functie zie vraag 2.1!!

2.3
Toon aan dat er juist 1 kritiek punt ligt op deze functie en is dit een globaal extrema of een zadelpunt?
WERKWIJZE:

bepaal:
Eerst bepaal je f1 en f2, deze zijn de orde partiële afgeleiden. Deze stel je gelijk aan nul en zo bepaal je de nulpunten, je gaat vinden het punt (0,0) want -2 en 2 zijn geen nulpunten want denk eraan DELEN DOOR NUL DOET ENKEL EEN SNUL!!!
1) f1,1 dwz dat je de functie eerst afleidt naar x en dan nog eens afleidt naar x = A
2) f1,2 dwz dat je de functie eerst afleidt naar x en dan nog eens afleidt naar y = B
3) f2,2 dwz dat je de functie eerst afleidt naar y en dan nog eens afleidt naar y = C

⇒ vul het punt(0,0) in, zo vind je dat
Als B^2 -AC > 0 wat een zadelpunt geeft. in P(0,0)

2.4
Bepaal alle globale extrema's van f(x,y) met de nevenvoorwaarde x^2 +y^2 <=1

ln((x^2 -4)^2 + (y^2 +4)) + $\mathcal{Y}$(x^2 +y^2 -1)

afleiden naar x: (1/((x^2 -4)^2 + (y^2 +4)))*(2*(x^2-4)*2x)) +2$\mathcal{Y}$
afleden naar y: (1/((x^2 -4)^2 + (y^2 +4)))*(2y)+2$\mathcal{Y}$
afleiden naar $\mathcal{Y}$: (x^2 +y^2 -1)

Bij het uitwerken van dit stelsel krijgen we voor x de volgende waarden 0,1 en -1, door verder in te vullen zien we dat x=0 niet bestaat voor het stelsel!!!!
De y waarde = 0
Dus P(1,0)
en Q(-1,0)

Vraag 3:
3.1
Stel n is een positief natuurlijk getal toon aan dat:

$$\ln(n!) >= \int_1^n \ln(t)dt$$

(Hint: gebruik de Riemann bovensom.)

Je hebt in je boek van calculus een formule staan voor de error te vinden bij Riemannsommen, ofwel ga je theoretisch te werk en zeg je een benadering is altijd kleiner of gelijk aan de uitkomst van het andere lid. Een betere manier is door van beide leden de convergentie te bepalen en dan zie je dat er komt te staan -1 <= 1 wat klopt want -1 < 1 maar bij absolute convergentie telt het teken niet mee, zo zie je dat het anders ook klopt!

3.2
Geef de berekening van deze integraal
= t*ln(t) -t + C

3.3

Toon aan dat $\sum_{n=1}^{\infty} n!/n^n \cdot x^n$ absoluut convergeert voor $-e < x < e$.

n! valt weg tegenover n^n en dan krijg je lim van ln(n! +x^n)/ ln(n^n) geeft de limiet van ln(x^n) naar oneindig. Volgens de definitie geldt e tot de macht p is x en x gaat naar oneindig dat wil dus zeggen dat e^p = x^n, Dit kan als p oneindig is en n dus ook.

Zo zie je dat x evenzeer gelijk is als e door de absolute convergentie mag dit ook van teken veranderen!!!

3.4

Convergeert de reeks ook voor x= e en x= -e ?

vul deze waarden gewoon is: de limiet voor +/- e^n voor n gaande naar oneindig, geeft gewoon oneindig dus neen, de reeks convergeert NIET voor deze waarden!!