

Calculus II

Opgaven deexamen II

April 2020

1. Meerkeuzevragen

- (a) zij $\vec{r}$ een curve met constante kromming en constante torsie, beide groter dan nul. Welke uitspraak over de beschrijving van de curve is juist?
- ☐ De curve stelt een cirkelvormige helix voor.
 - ☐ De curve stelt een elliptische paraboloid voor.
 - ☐ De curve stelt een rechte voor.
 - ☐ De curve stelt een cirkel voor.
- (b) Welk van de volgende 3 oppervlakken, in de gegeven coördinatenstelsels, stelt een kegel voor?
- ☐ Cartesische coördinaten $[x, y, z] : x^2 + z^2 = 9$
 - ☐ Cilindercoördinaten $[r, \theta, z] : \theta = \frac{\pi}{2}$
 - ☐ Bolcoördinaten $[R, \phi, \theta] : \phi = \frac{\pi}{3}$
- (c) Welke uitspraak omtrent volgende twee integralen is juist?

$$I_1 = \iint_{|x|+|y|\leq 1} (\sin(x)y + (x+y)^3) dA \quad I_2 = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (\sin(x)y + (x+y)^3) dx dy$$

- ☐ $I_1 \neq 0$ en $I_2 \neq 0$
 - ☐ $I_1 = 0$ en $I_2 = 0$
 - ☐ $I_1 \neq 0$ en $I_2 = 0$
 - ☐ $I_1 = 0$ en $I_2 \neq 0$
- (d) Het vlak $2x + 3y = 0$ snijdt de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ in 2 delen. Wat is het volume van beide delen?
(Het volume van een bol met straal 1 is $\frac{4}{3}\pi$)

2. Beschouw de volgende drie parametrisaties.

$$\begin{aligned}\vec{r}_1(t) &= (\cos(t), \sin(t)) & 0 \leq t \leq \pi \\ \vec{r}_2(t) &= \left(\sqrt{2t-t^2}, t-1\right) & 0 \leq t \leq 1 \\ \vec{r}_3(t) &= \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2}\right) & -1 \leq t \leq 0\end{aligned}$$

- (a) Beschrijf de 3 curves en maak een schets. Geef duidelijk aan waarin de parametrisaties verschillen van elkaar.
- (b) Welke parametrisaties zijn booglengtegeparametriseerd? Geef je berekeningen waar.
- (c) Voor welke parametrisatie(s) geldt dat de kromming constant is? Beargumenteer je antwoord en bepaal de kromming voor deze parametrisatie(s).

3. Meervoudige integralen

- (a) Bereken de integraal

$$I = \iint_R (x^2 - y^2) (x - y) dA$$

waarbij R de oppervlakte is in het eerste kwadrant ingesloten tussen $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{6}{x}$, $y = x - 1$ en $y = x + 1$. Vereenvoudig je antwoord.

- (b) Zij T het volume in het eerste octant dat binnen de bol $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ en buiten de kubus $0 \leq x, y, z \leq 1$ ligt. Reken de volgende integraal uit en vereenvoudig je antwoord.

$$I = \iiint_T x dV$$