1 Eerste zit 2008-2009, 12 januari 2008, namiddag

1.1 Theorie Van Assche

Duiven leven in een model, gekarakteriseerd door een kritieke waarde T:

$$y' = -r(1 - y/T)(1 - y/K)y$$

Waarbij $K > T$, geef het gedrag van de populatie in functie van $y(0) > 0$ en geef een schets van het functiegedrag

Een 3x3 matrix: 1 is de enige eigenwaarde Toon aan dat er maar 2 onafhankelijke eigenvectoren zijn, en leg uit hoe je een derde onafhankelijke oplossing kan vinden. Geef de matrix exponentiele. (ik weet de matrix nimeer, iemand?)

2 Theorie Fannes

bewijs: $id.(f * g) = (id.f) * g + f * (id.g)$ waarbij we met * het convolutieproduct bedoelen Dit lijkt erg op de regel voor het product van afgeleiden, kan je dit verband hard maken? Geef ook een uitbreiding voor $id^n.(f * g)$

Warmtevergelijking in 1D, $u(0,t) = 0$ en $u(L,t) = u_0 + u_1 \sin(t)$ en $u(x,0) = f(x)$ Leg uit hoe je dit kan oplossen door de homogene en particuliere oplossing apart te beschouwen. Geef de particuliere oplossing, hint: neem de oplossing van de warmtevergelijking met de gegeven voorwaarde en periode 2π, toon aan dat deze van de vorm $a(x) + b(x)\cos(t) + c(x)\sin(t)$ is en geef de vergelijkingen om a,b,c te bepalen.

2.1 Oefeningen

Gegeven de vergelijking $x^2 y^(2) - a(a-1)y = 0$ Geef de oplossingen van de indiciele vergelijking, en geef alle waarden van a waarvoor er 2 onafhankelijke Frbeniusoplossingen zijn. Bepaal daarna een particuliere oplossing voor $x^2 y^(2) - a(a-1)y = x^a$ vertrek hiervoor van $y(x) = x^a.u(x)$

Gegeven het Sturm-Liouville probleem $y'' - 4y + \lambda y = 0$ met $y(0) = 0$ en $y'(0) = L$ in het interval $[0, L]$ Geef alle eigenwaarden, maak onderscheid tussen $\lambda < 4$ en $\lambda > 4$ Toon aan dat dit er aftelbaar veel zijn en geef aan hoe de orthogonale relatie tussen 2 eigenvectoren is (bij verschillende eigenwaarden) Geef aan hoe je de coefficienten a_n kan vinden in:

$$f(x) = \sum_{0}^{\infty} c_n.y(x)$$

(van die laatste vraag ben ik niet zeker)