

Calculus I: Deexamen I

professionele brakker

18 november 2024

1 Preliminaries

Toon aan dat

$$\operatorname{arccot}(x) + \operatorname{arctan}(x) = \frac{\pi}{2}$$

waar is voor alle $x \in \mathbb{R}$.

2 Limieten en continuïteit

Gegeven is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|\cos(x)|}{x - \frac{\pi}{2}} & (x \neq \frac{\pi}{2}) \\ -1 & (x = \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

1. Is deze functie continu? (Beargumenteer wel of niet)
2. Evalueer.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x(f(x))^2$$

3 Integratietechnieken

Vul grenzen in voor a en b en integreer volgens eigen gekozen methode.

$$\int_0^1 \frac{dx}{x(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 0+} \int_a^b \frac{dx}{x(x^2 - 1)}$$

4 Omwentelingslichamen

Een kegelvorm met hoogte 6 en straal 3 kan beschreven worden door het volgende voorschrift

$$r(y) = 3 - \frac{1}{2}y$$

Met r de straal en $r(y)$ de hoogte.

1. Wat is het volume hiervan als hoogte 4 is?
2. Vergelijk dit resultaat met de meetkundige formule van een kegel.¹

5 Optimalisatie

Gegeven

$$x(t) = (a\sqrt{t} - 1)e^{-at}$$

Voor welke $a \in \mathbb{R}$ is de **snelheid** maximaal in $t = 1$?

¹Formule $V_{kegel} = \frac{1}{3} \cdot A_c \cdot h$