Examen deeltjesfysica (deel 2)

VM 18/08/2014

1. (10 ptn)

   (a) Leidt van begin af aan de oplossing van de Dirac-vergelijking (staat in het formularium) af. Vertrek van de vorm $\Psi = ae^{-ik\cdot x}u(k)$ en toon aan dat $k_\mu = p_\mu$.

   (b) Vindt uit de oplossing een basis van eigentoestanden voor de spin-operator $S = \mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{p}}$ met uiteraard

   $$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}$$

   Hint: Je wilt wellicht gebruik maken van de volgende identiteit, $(\mathbf{k_1}\cdot\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{k_2}\cdot\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{k_1}\cdot\mathbf{k_2} + i\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{k_1}\times\mathbf{k_2})$.
   Noot: $\hat{\mathbf{p}}$ staat voor $\frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$

2. (10 ptn)

   (a) Bewijs de completeness-relatie (5 ptn)

   $$\sum_{s_1,s_2}\varepsilon_i^{(s)}\left(\varepsilon_j^{(s)}\right)^* = \delta_{ij} - \hat{\mathbf{p}}_\mathbf{i}\hat{\mathbf{p}}_\mathbf{j}$$

   Je mag uitgaan van de Coulomb-gauge, de Lorentz-conditie en de orthogonaliteit/ normalisatie: $\varepsilon^{s_1}\cdot(\varepsilon^{s_2})^* = 0$, $\varepsilon_\mu(\varepsilon^\mu)^* = 1$ en $\varepsilon_\mu p^\mu = 0$.
   Hint: Je hoeft niet van een specifieke basis uit te gaan. Indien je dit toch doet, beargumenteer dan waarom de relatie ook voor andere basissen opgaat.

   (b) We voeren een Lorentz-transformatie uit op de Dirac-vergelijking, zodat $\Psi^{'} \to S\Psi$. Vul nu de rechterkant van de volgende gelijkheid aan (5 ptn)

   $$S^{-1}\gamma_\mu S = .$$

   Tip van de auteur: kijk hiervoor ook eens naar oef (7.11) in Griffiths.