Examen G0U13D Bewijzen en Redeneren II
Bachelor Fysica en Informatica, minor wiskunde

vrijdag 4 september 2020, 13:00–16:00

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 3 vragen.
- Voor iedere vraag is een aparte bundel voorzien. In elke bundel noteer je <u>enkel</u> het antwoord op de bijbehorende vraag. Je mag hiervoor zowel de voor- als achterkant van de bladen in de bundel gebruiken.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

  Vraag 1: (a) 2 pt (b) 3 pt (c) 5 pt

  Vraag 2: (a) 2 pt (b) 8 pt

  Vraag 3: (a) 4 pt (b) 2 pt (c) 4 pt
- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)		EINDCIJFER (op 20)	
Vraag 3 (op 10)			

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 1

Vraag 1

2pt (a) De rij $(a_n)_n$ wordt gegeven door

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{2n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}.$$

Bewijs dat de rij $(a_n)_n$ begrensd is.

3pt (b) Onderzoek of de rij $(a_n)_n$ stijgend of dalend is. Is ze convergent? Bewijs uw antwoord.

5pt (c) Is de volgende uitspraak waar of niet?

- Voor elke $A \subset \mathbb{R}$ en elke $r > 0$ is

$$\{x \in \mathbb{R} \mid A \cap \,]x-r, x+r[\, \neq \emptyset\}$$

een open deelverzameling van $\mathbb{R}$.

Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 2

Vraag 2

2pt (a) Geef de ε-n_0 definitie van convergentie van een reële rij.

8pt (b) Neem $p > 0$ vast. Bewijs met behulp van de definitie dat de rij $(a_n)_n$ gegeven door

$$a_n = \frac{n + \sin(n)}{\sqrt{p^2 n^2 + 1}}$$

convergent is.

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 3

Vraag 3 Gegeven zijn twee begrensde reële rijen $(x_n)_n$ en $(y_n)_n$. Definieer

$$a_n = \begin{cases} x_n & \text{als } n \text{ even is,} \\ y_n & \text{als } n \text{ oneven is.} \end{cases}$$

4pt (a) Bewijs dat

$$\liminf_{n\to\infty} a_n \geq \min\left\{\liminf_{n\to\infty} x_n, \liminf_{n\to\infty} y_n\right\}. \tag{1}$$

2pt (b) Laat door middel van een voorbeeld zien dat gelijkheid in (1) niet hoeft te gelden.

4pt (c) Neem nu aan dat de twee rijen $(x_n)_n$ en $(y_n)_n$ convergent zijn. Bewijs dat in dat geval de gelijkheid (1) wel geldt.