Examen G0U13 Bewijzen en Redeneren II, 3sp
2de fase fysica, minor wiskunde

vrijdag 1 september 2017, 14:00–17:00

Auditorium L.00.06 (5 studenten)

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

  Vraag 1: (a) 6 pt (b) 4 pt

  Vraag 2: (a) 2 pt (b) 8 pt

  Vraag 3: (a) 5 pt (b) 5 pt
- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)			
Vraag 3 (op 10)		EINDCIJFER	

Naam:

Vraag 1 Voor deelverzamelingen A en B van $\mathbb{R}$ is

$$A + B = \{x + y \mid x \in A \wedge y \in B\}.$$

(a) Neem aan dat A en B niet-leeg en naar boven begrensd zijn. Bewijs dat

$$\sup(A + B) = \sup A + \sup B.$$

(b) Neem aan dat A open is en B is willekeurig. Bewijs dat $A + B$ open is.

Naam:

Vraag 2 (a) Geef de definitie van convergentie van een rij reële getallen.

(b) Neem $x > 0$ vast en beschouw de rij $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeven door

$$b_n = \frac{n^2}{(1+xn)(1+2xn)}$$

Gebruik de definitie om te bewijzen dat de rij $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergent is en bepaal de limiet.

Naam:

Vraag 3 (x_n) is een rij van reële getallen waarvoor geldt dat

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : \quad |x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{n(n+1)}$$

(a) Bewijs dat geldt

$$\forall m \in \mathbb{N}_0 : \forall n \in \mathbb{N}_0 : |x_m - x_n| \leq \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right| .$$

(b) Bewijs dat de rij (x_n) convergent is.