Examen G0U13 Bewijzen en Redeneren II
2de fase fysica, minor wiskunde

vrijdag 29 januari 2016, 8:30–11:30

Auditorium M.00.07

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 2 pt	(b) 8 pt
Vraag 2:	(a) 5 pt	(b) 5 pt
Vraag 3:	(a) 5 pt	(b) 5 pt

- Succes!

Naam:

Vraag 1 (a) Geef de definitie van convergentie van een rij reële getallen.

(b) Gebruik de definitie om te bewijzen dat de rij $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeven door

$$a_n = n\left(\sqrt{p^2+n^2}-n\right)$$

convergent is. Hierin is $p \in \mathbb{R}$ een vast reëel getal. Wat is de limiet?

Naam:

Vraag 2 Zij $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ een begrensde rij in $\mathbb{R}$.

(a) Neem aan dat $x_n > 0$ voor elke $n \in \mathbb{N}$. Geldt dan ook $\limsup_{n\to\infty} x_n > 0$?

Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

(b) Zij $A = \{x_k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Bewijs dat

$$\limsup_{n\to\infty} x_n \in \overline{A}$$

waarin $\overline{A}$ de sluiting is van de verzameling A.

Naam:

Vraag 3 (a) De rij $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ voldoet aan $a_0 > -1$ en

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{1+a_n}$$

voor elke $n \in \mathbb{N}$. Bewijs dat de rij convergent is en bereken de limiet.

(b) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ is een reële rij die voldoet aan

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{2} - \frac{1}{1+b_n}$$

voor elke $n \in \mathbb{N}$. Bepaal alle beginwaarden $b_0 \in \mathbb{R}$ waarvoor de rij (b_n) convergeert. Bewijs uw antwoord.