Examen G0U13 Bewijzen en Redeneren, 3sp
Bachelor Fysica

vrijdag 29 januari 2016, 8:30–11:30

Auditorium M.00.07

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 2 pt	(b) 2 pt	(c) 3 pt	(d) 3 pt
Vraag 2:	(a) 3 pt	(b) 2 pt	(c) 5 pt	
Vraag 3:	(a) 4 pt	(b) 3 pt	(c) 3 pt	

- Succes!

Naam:

Vraag 1 Neem aan dat $|X| = 2$ en $|Y| = 2016$.

(a) Hoeveel injectieve functies zijn er van X naar Y?

(b) Hoeveel surjectieve functies zijn er van Y naar X?

Bepaal of de volgende deelverzamelingen van $\mathbb{R}^2$ aftelbaar of overaftelbaar zijn. Motiveer uw antwoord.

(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{Q} \wedge y \in \mathbb{Q}\}$

(d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{Q} \vee y \in \mathbb{Q}\}$

Naam:

Vraag 2 Zij X en Y niet-lege verzamelingen en $f : X \to Y$ een functie.

(a) Neem aan dat B_1 en B_2 deelverzamelingen van Y zijn. Bewijs dat

$$B_1 \subset B_2 \implies f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2)$$

(b) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat de omgekeerde implicatie

$$f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2) \implies B_1 \subset B_2$$

niet hoeft te gelden.

(c) Bewijs dat

$$\forall B_1 \in P(Y) : \forall B_2 \in P(Y) : \ f^{-1}(B_1) \subset f^{-1}(B_2) \iff B_1 \subset B_2$$

geldt als en slechts als f surjectief is.

Naam:

Vraag 3 Voor een verzameling X definiëren we een relatie R op de machtsverzameling $P(X)$ door

$$(A, B) \in R$$

als en slechts als er een functie $f : X \to X$ bestaat waarvoor geldt dat $f(A) = B$.

(a) Is de relatie reflexief, symmetrisch, anti-symmetrisch, transitief?

(b) Bewijs dat $R \cap R^{-1}$ een equivalentierelatie is.

(c) Hoeveel equivalentieklassen heeft $R \cap R^{-1}$ als X een eindige verzameling is met n elementen?