Examen G0U13C Bewijzen en Redeneren
Bachelor Fysica

maandag 30 augustus 2021, 13:00–16:00

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 3 vragen.
- Voor iedere vraag is een aparte bundel voorzien. In elke bundel noteer je enkel het antwoord op de bijbehorende vraag. Je mag hiervoor zowel de voor- als achterkant van de bladen in de bundel gebruiken.
- Zet je naam op elk blad.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 3 pt	(b) 2 pt	(c) 5 pt
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 3 pt	(c) 3 pt
Vraag 3:	(a) 3 pt	(b) 2 pt	(c) 5 pt

- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)		LaTeX opdracht (op 20)	
Vraag 3 (op 10)			
Totaal (op 30)		EINDCIJFER (op 20)	

Vraag 1 Zij $f : X \to Y$ een functie.

3pt (a) Bewijs dat voor elke deelverzameling $A \subset X$ geldt

$$A \subset f^{-1}(f(A))$$

2pt (b) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat

$$f^{-1}(f(A)) \subset A$$

niet altijd hoeft te gelden.

5pt (c) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : \; A = f^{-1}(f(A))$$

als en slechts als f injectief is.

Vraag 2 Zij X een overaftelbare verzameling. Op de verzameling $P(X)$ definiëren we een relatie S door $(A, B) \in S$ als en slechts als $A \setminus B$ een aftelbare verzameling is.

4pt (a) Is S reflexief, symmetrisch, transitief? Bewijs uw antwoord.

3pt (b) Bewijs dat $R = S \cap S^{-1}$ een equivalentierelatie is.

3pt (c) Hoe groot is de equivalentieklasse $[\emptyset]_R$ van de lege verzameling voor de equivalentierelatie R? Is het een eindige verzameling, een aftelbaar oneindige verzameling, of een overaftelbare verzameling? Motiveer uw antwoord.

Vraag 3

3pt (a) Schrijf de bewering dat de functie $f : X \to Y$ niet surjectief is met behulp van kwantoren zonder de negatie $\neg$ te gebruiken. U mag $\neq$ wel gebruiken.

2pt (b) Geef alle elementen van de machtsverzameling $P(X)$ van X als $X = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

5pt (c) Gebruik volledige inductie om te bewijzen dat de ongelijkheid

$$(1 + x)^n \geq (1 + nx)$$

klopt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$ en elke $x \in \mathbb{R}$ met $x > -1$.