Examen G0U13C Bewijzen en Redeneren
Bachelor Fysica

maandag 31 augustus 2020, 12:00–15:00

Naam:

- Het examen bestaat uit 3 vragen.
- Voor iedere vraag is een aparte bundel voorzien. In elke bundel noteer je enkel het antwoord op de bijbehorende vraag. Je mag hiervoor zowel de voor- als achterkant van de bladen in de bundel gebruiken.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

  Vraag 1: (a) 4 pt (b) 3 pt (c) 3 pt

  Vraag 2: (a) 3 pt (b) 2 pt (c) 5 pt

  Vraag 3: (a) 4 pt (b) 3 pt (c) 3 pt
- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)		LaTeX opdracht (op 20)	
Vraag 3 (op 10)		Bonus op TTT (0, 1, 1.5 of 2)	
Totaal (op 30)		EINDCIJFER (op 20)	

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 1

Vraag 1

4pt (a) De ongelijkheid $4^n \leq 11 \cdot n!$ geldt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$. Bewijs dit met volledige inductie.

3pt (b) Geef de ontkenning van de volgende uitspraak over een rij $(a_k)_k$ van reële getallen

$$\exists L \in \mathbb{R} : \forall \varepsilon > 0 : \exists n \in \mathbb{N} : \forall k \in \mathbb{N} : \quad k < 2020 \vee (|a_k - L| < \varepsilon \implies k \geq n)\,.$$

U mag de negatie $\neg$ en de implicatie $\implies$ niet gebruiken.

3pt (c) Neem aan dat X een eindige verzameling is met $|X| = n$.

Bepaal het aantal <u>surjectieve</u> functies $f : P(X) \to P(X)$ met de eigenschap dat

$$\forall A \in P(X) : \forall B \in P(X) : A \subset B \implies f(A) \subset f(B).$$

Verklaar uw antwoord.

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 2

Vraag 2 Zij $f : X \to Y$ een functie.

3pt (a) Bewijs dat voor een deelverzameling $A \subset X$ geldt

$$A \subset f^{-1}(f(A)).$$

2pt (b) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat $f^{-1}(f(A)) \subset A$ niet altijd hoeft te gelden.

5pt (c) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : \; A = f^{-1}(f(A))$$

als en slechts als f injectief is.

Naam:

NOTEER OP DIT BLAD ENKEL HET ANTWOORD OP VRAAG 3

Vraag 3 De relatie R op $P(\mathbb{N})$ wordt gedefinieerd door $(A, B) \in R$ als en slechts als

$$\forall a \in A : \exists b \in B : \ a \leq b.$$

4pt (a) Is de relatie R reflexief, symmetrisch, transitief? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

3pt (b) Bewijs dat $R \cap R^{-1}$ een equivalentierelatie op $P(\mathbb{N})$ is.

3pt (c) Hoeveel equivalentieklassen heeft de equivalentierelatie uit onderdeel (b)? Zijn het er eindig, aftelbaar oneindig of overaftelbaar veel? Verklaar uw antwoord.