Examen G0U13 Bewijzen en Redeneren Deel 2
Bachelor Fysica, minor wiskunde

donderdag 31 januari 2019, 8:30–11:30

Auditorium G.00.06 (22 studenten)

B.01.05 (1 studenten met faciliteiten: 8:30–12:30)

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

  Vraag 1: (a) 5 pt (b) 5 pt

  Vraag 2: (a) 2 pt (b) 8 pt

  Vraag 3: (a) 6 pt (b) 4 pt
- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)		EINDCIJFER (op 20)	
Vraag 3 (op 10)			

Naam:

Vraag 1 Voor een deelverzameling A van $\mathbb{R}$ is

$$-A = \{-x \mid x \in A\}.$$

Neem aan dat A een niet lege naar boven begrensde deelverzameling van $\mathbb{R}$ is.

(a) Bewijs dat $-A$ naar onder begrensd is en

$$\inf(-A) = -\sup(A).$$

(b) Bewijs dat $\overline{A}$ een naar boven begrensde verzameling is met

$$\sup\left(\overline{A}\right) = \sup A$$

waarin $\overline{A}$ zoals bekend de sluiting van A is.

Naam:

Vraag 2 (a) Geef de definitie van convergentie van een rij reële getallen.

(b) Gebruik de definitie om te bewijzen dat de rij $(a_n)_n$ waarbij

$$a_n = \frac{\sin(n) + 3n^2\sqrt{n^2+1}}{n^3+1}$$

convergent is.

Naam:

Vraag 3 Gegeven zijn twee begrensde reële rijen $(x_n)_n$ en $(y_n)_n$. We nemen

$$a_n = \min\{x_n, y_n\}$$

(a) Bewijs dat

$$\liminf_{n\to\infty} a_n = \min\{\liminf_{n\to\infty} x_n, \liminf_{n\to\infty} y_n\}.$$

(b) Welke van de volgende uitspraken zijn waar? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

$$\limsup_{n\to\infty} a_n = \min\{\limsup_{n\to\infty} x_n, \limsup_{n\to\infty} y_n\} \tag{1}$$

$$\limsup_{n\to\infty} a_n = \max\{\limsup_{n\to\infty} x_n, \limsup_{n\to\infty} y_n\} \tag{2}$$