

Examen G0U13 Bewijzen en Redeneren II, 3sp
2de fase fysica, minor wiskunde

vrijdag 3 februari 2017, 8:30–11:30

Auditorium M.00.07 (12 studenten)

Naam:

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- Het examen bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op elke vraag op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:
Vraag 1: (a) 2 pt (b) 8 pt
Vraag 2: (a) 3 pt (b) 4 pt (b) 3 pt
Vraag 3: (a) 5 pt (b) 5 pt
- Succes!

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 30)	
Vraag 2 (op 10)			
Vraag 3 (op 10)		EINDCIJFER	

Naam:

Vraag 1 (a) Geef de definitie van convergentie van een rij reële getallen.

(b) Voor elke $n \in \mathbb{N}$ is de functie $f_n : [0, \infty[\rightarrow [0, \infty[$ gegeven door

$$f_n(x) = \frac{nx + 1}{n + x + \cos(n)}.$$

Neem voor $x \geq 0$ een vast positief reëel getal.

Gebruik de definitie om te bewijzen dat de rij $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$ convergent is.

Naam:

Vraag 2 A en B zijn twee niet-lege, naar beneden begrensde deelverzamelingen van $\mathbb{R}$ met $A \subset B$.

(a) Bewijs dat $\inf B \leq \inf A$.

(b) Bewijs de twee implicaties

- A is open $\implies \inf A \notin A$
- A is gesloten $\implies \inf A \in A$

(c) Neem aan dat A gesloten is en B open. Bewijs dat in dat geval $\inf B < \inf A$.

Naam:

Vraag 3 Gegeven is een begrensde rij (x_n) van reële getallen. We nemen

$$a_n = x_{3n}, \quad b_n = x_{3n+1} \quad \text{en} \quad c_n = x_{3n+2}$$

voor elke $n \in \mathbb{N}$.

(a) Bewijs dat

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} x_n.$$

(b) Neem aan dat (a_n) , (b_n) en (c_n) alle drie convergent zijn met dezelfde limiet. Bewijs dat daaruit volgt dat de rij (x_n) convergent is.