**Vraag 1 over gewone differentiaalvergelijkingen** (mondeling)

In een jager-prooi model volgen de jagers $x$ in afwezigheid van prooien $y$ een Malthusiaans model, de prooien $y$ in afwezigheid van jagers $x$ een logistiek model. Beschrijf het model met interactie tussen de twee populaties.

- Stel dat de parameters in het Malthusiaanse model en het logistieke model allemaal 1 zijn (op het teken na) en de interactieparameters 1/2 (op het teken na). Bepaal dan de kritieke punten van dit jager-prooi model.
- Wat is de aard van de kritieke punten in het eerste kwadrant $x \geq 0, y \geq 0$?

**Vraag 2 over gewone differentiaalvergelijkingen** (mondeling)

Beschouw de tweede orde differentiaalvergelijking

$$y''(x) + e^x y'(x) - y(x) = 0.$$

- Zoek de oplossing met $y(0) = 0$ en $y'(0) = 1$ met behulp van machtreeksen.
- Stel de recursievergelijking voor de coëfficiënten van de machtreeks op.
- Toon aan dat $a_k = (-1)^{k+1}/k!$ voor $k \geq 1$ voldoet aan de recursie. Welke oplossing heb je dan?
- Leg uit hoe je met behulp van die oplossing een tweede oplossing kan vinden. Enkel uitleggen, niet berekenen.

**Vraag 3 over partiële differentiaalvergelijkingen** (enkel schriftelijk)

Electromagnetic Fields.

Remembering Faraday's law:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

assume that:

$$\mathbf{B} = \nabla \times (\hat{\mathbf{z}}\Psi),$$

where $\hat{\mathbf{z}}$ is the unit vector in direction $z$ and

$$\mathbf{E} = -\hat{\mathbf{z}}\frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Answer the following questions:

1. What equation is satisfied by $\Psi(x, y, z, t)$?
2. Assume now that there is no dependence on $y$ and $z$ so that $\Psi(x, t)$. Is the resulting equation hyperbolic, parabolic or elliptic?
3. Still assuming no dependence on $y$ and $z$, solve the equation using separation of variables. The solution is subject to boundary conditions $\Psi(x = 0, t) = 0$ and $\Psi(x = L, t) = 0$. Find the generic solution independent of the initial state but subject to these boundary conditions.

**Vraag 4 over partiële differentiaalvergelijkingen** (enkel schriftelijk)

Elastic string.

Both ends of an elastic string of length $L$ are kept fixed but the string can experience transversal displacements in all other points. The following equation is satisfied by the displacement, indicated by $u$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c^4 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0,$$

subject to the conditions:

$$u(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = u(L,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(L,t) = 0.$$

1. Using the assumption that the solution can be found by separation of variables and imposing correctly the boundary conditions above what is the general solution?

2. Find the specific condition relative to standing waves.