# Examen Kansrekenen en Statistiek 1

Juni 2017

1. Bewijs voor een continue stochastische variabele $X$ dat, voor een kansruimte ($\omega$, $A$, $P$), geldt: [4p]

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(|X| >= n) <= E[|X|] <= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} P(|X| >= n)$$

2. Gegeven een systeem met structuur ((a, b) staat in parallel, (a-b) staat in serie): (0.25, 0.1, (0.3-x)). A is het component met faalkans X. [3p]
   (a) Wat is de kans dat het systeem faalt (in functie van x)?
   (b) Als het systeem faalt, is de kans dat A faalt 20%. Wat is de kans dat A faalt?

3. In Oostknoktende, een dorp met 200 inwoners, dreigt er een overstroming en er wordt besloten om iedereen te evacueren. De evacuatie begint om 12u00 en de overstroming zelf vindt plaats om 15u00. De tijd die een inwoner neemt om te evacueren, T, is lognormaal verdeeld met verwachtingswaarde 2u (gemeten vanaf 12u00) en standaarddeviatie 0.5u. Deze tijden zijn onafhankelijk en identiek verdeeld per inwoner. [5p]
   (a) Laurens woont in Oostknoktende, wat is de kans dat hij niet op tijd geëvacueerd is?
   (b) Hoe groot is de kans dat minstens 20 mensen niet op tijd geëvacueerd zijn? Indien je het antwoord op de vorige vraag niet vond kan je aannemen dat deze kans 0.1 is (dit is overigens niet het juiste antwoord).

4. Gegeven een bivariate verdeling met dichtheidsfunctie $f_{X,Y}(x, y) = 3/56 * (1+x)*(1+y^2)$ voor $0 < x < 2$ en $0 < y < 2$. Elders is de dichtheidsfunctie 0. [5p]
   (a) Wat is de kans dat $0 < X$, $Y < 1$ en $X < Y$? (Het gaat hier om een gebeurtenis waarbij alle drie voorwaarden tegelijk voldaan zijn, je moet dus niet drie kansen uitrekenen met telkens één voorwaarde.)
   (b) Wat is de marginale dichtheidsfunctie van $X$?
   (c) Wat is de voorwaardelijke dichtheidsfunctie $Y|X = x$?

5. Gegeven de exponentiÃ«le verdeling $X_1$ met $f_{X_1}(x) = 1/6 * e^{-x/6}$ voor $x > 0$ en de chi-kwadraat-verdeling $X_2$ met $f_{X_2}(x) = 1/(4 * \gamma(2)) * e^{-x/2}$ voor $x > 0$. Wat is de verdeling van $X_1 + 3 * X_2$? Benoem de verdeling en geef haar parameters. [3p]