

Examen CPN

Mathi fuck-MatLab Muts

16 juni 2025

1 Vraag 1

Geef de diverse methoden die we in de cursus gezien hebben voor het oplossen van niet-lineaire stelsels. Ook de (visuele) interpretatie is belangrijk.

2 Vraag 2

Bespreek het begrip conditie aan de hand van stelsels lineaire vergelijkingen (vierkant en niet-vierkant). Geef hierbij: De definitie, de afleiding, de (visuele) interpretatie. Geef aan dat je genoeg inzicht in het begrip hebt.

2.1 Deelvraag 2b

Een stelsel van 100 vergelijkingen en onbekenden duurt 1s om op te lossen. Hoe lang duurt het om een stelsel met 10000 vergelijkingen/onbekenden op te lossen op dezelfde machine/omgeving. Hoeveel geheugen is hiervoor nodig?

2.2 Deelvraag 2c

Geef 2 bronnen voor mathematische software (GEEN geïntegreerde omgevingen!) en bespreek in 3 regels wat je hierover weet

3 Vraag 3

Gegeven de integralen $I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(x) \exp(-\frac{1}{2}x^2)dx$ en $I_2 = \int_{-4}^4 \cos(x) \exp(-\frac{1}{2}x^2)dx$.

3.1 3a

Bereken de twee integralen tot op een relatieve nauwkeurigheid van 10^{-10} . Gebruik hiervoor het MatLab commando ‘integral’.

3.2 3b

Wat is de relatieve fout die je maakt wanneer je de integraal I_1 benaderd door I_2 ?

3.3 3c

Om de integraal met een Monte-Carlo simulatie te benaderen moeten we de ingebouwde functie ‘rand()’ transformeren met behulp van de dichtheidsfunctie $p(x) = \frac{1}{8}$. Welke functie moeten we in MatLab uitvoeren om de integraal te benaderen met een Monte-Carlo simulatie? Verklaar de verschillende elementen van de formule.¹

3.4 3d

Bereken nu de waarde voor $j = 1..10$ de integraal met $N = 4^j$ punten. Herhaal voor elke j de Simulatie 5 keer en neem het gemiddelde, de einduitkomst is dus een 1×10 kolomvector met benaderingen voor de integraal. Het is nodig de randomgenerator te initialiseren om elke keer hetzelfde resultaat te krijgen. Plot de error op een gekozen manier en leg uit waarom je voor deze manier kiest².

3.5 3e

Geef de convergentie, dit mag met behulp van ‘polyfit’.

¹SPOILER VOOR OPLOSSING: Cools is cringe en heeft in zijn boek niet alles staan wat hij wil dat je kent en heeft bij ons in de 1 les er iets bij laten schrijven: De formule voor Monte-Carlo integratie gaat uit van een interval $[0, 1]$, waardoor die er uit ziet als: $\frac{1}{N} \sum f(rand())$. Wanneer we echter een interval nemen $[-4, 4]$ moeten we de gehele formule vermenigvuldigen met de intervalsbreedte (Een eenvoudige afleiding van deze formule geeft al snel de verklaring: Gemiddelde waarde functie maal basis (breedte) is de integraal) zodat $\frac{8}{N} \sum f(8 * rand() - 4)$.

²assenschaling

3.6 3f

Wat is de theoretische convergentiesnelheid en waarom is deze (eventueel) anders dan de bekomen convergentiesnelheid in 3e?

3.7 3g

De integraal I_1 benaderen door I_2 was eigenlijk om te beginnen al geen goed idee, waarom? Geef ook hoe we de benadering zouden kunnen verbeteren zelfs door met Monte-Carlo integratie te blijven werken.