

WISKUNDIGE METHODEN IN DE NATUURKUNDE
TOEVALSPROCESSEN
(22/01/2010)

- 1 We beschouwen de volgende Markov keten in discrete tijd op de toestandruimte $K = \{+1, 0, -1\}$. De stochastische matrix is

$$\begin{aligned}p_{-1,0} &= p_{0,1} = p_{1,-1} = p \\ p_{0,-1} &= p_{-1,1} = p_{1,0} = 1 - p\end{aligned}$$

voor een parameter $p \in [0, 1]$.

- (a) Bepaal de stationaire verdeling.
 - (b) Wat is de stochastische matrix voor het tijdsomgekeerde proces in die stationaire verdeling?
 - (c) Voor welke waarde(s) p is er detailed balance?
- 2 We beschouwen het volgende Markovproces (X_t) . Er is continue tijd en de toestandruimte is $K = \{0, 1\}$. De overgangsintensiteiten worden bepaald door parameters $v, w > 0$:

$$w(0, 1) = v, \quad w(1, 0) = w.$$

We kiezen $X_0 = 1$ als start waarna het random traject (X_t) zich ontwikkelt. Bereken de verwachtingswaarde van $\exp X_t$,

$$\mathbf{E}_{X_0=1} [e^{X_t}]$$

voor een willekeurige $t \geq 0$, als functie van v en w .