

Examen AN I 2025

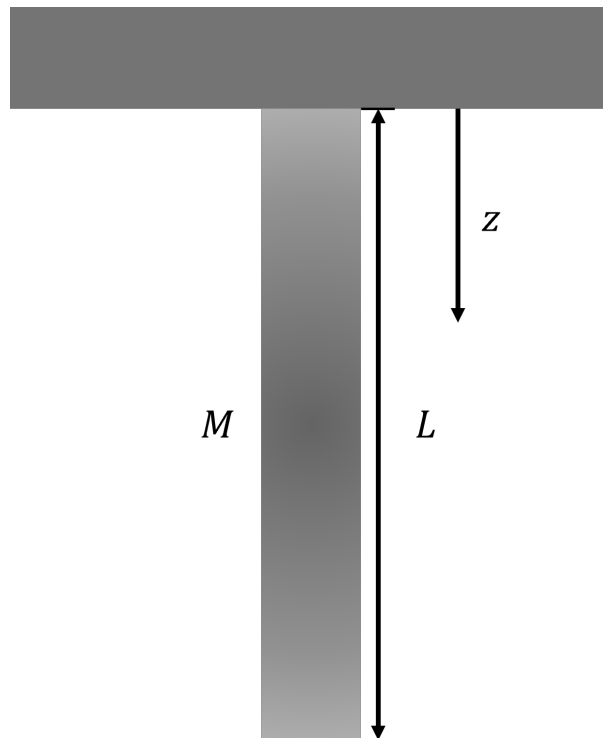
24 januari 2021

- (a) Geef de definitie voor het traagheidsmoment.
- (b) Beschrijf in eigen woorden de betekenis van het woord traagheidsmoment.
- (c) Geef de stelling van Steiner en bewijs.
- (d) Gegeven is een homogene schijf van straal R en massa M met een rotatieas door het massacentrum en loodrecht op het oppervlak. Bepaal het traagheidsmoment van de schijf in functie van M en R .
- (e) Beschouw nu dezelfde schijf, maar met een gat in geboord van straal R_1 en middelpunt op een afstand d van onze oorspronkelijke schijf. Bereken ook van deze nieuwe schijf het traagheidsmoment.

Vraag 2

Een touw met lengte L en massa M hangt van het plafond naar beneden. Beschouw het plafond als $z = 0$ en de z -as naar beneden gericht. Het touw heeft een lineaire massa dichtheid $\lambda(z) = \lambda_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right)$ met λ_0 een constante.

- (a) Bereken λ_0 .
- (b) Wat is massa van het uiteinde van het touw?
- (c) Bereken de spankracht in een punt z van het touw.



Vraag 3

Een blok met massa M is verbonden aan een blok met massa m door middel van een veer met veerconstante k . In rust heeft de veer een lengte van $8a$. De blok met massa M staat op de grond met de blok met massa m verticaal er boven. In de evenwichtspositie heeft de veer een lengte van $7a$. Nu wordt de veer in gedrukt tot de helft van de rustlengte (niet de evenwichtslengte dus). De blokken mogen als puntmassa's beschouwd worden.

- (a) teken de situatie in evenwicht en met de initiële indruk.
- (b) Bereken de veerconstante k .
- (c) Geef de vergelijking van de hoogte in functie van de tijd. (Zie Hint)
- (d) Toon aan dat de onderste blok van de grond komt, slechts als $M < 2m$
- (e) Stel $M = \frac{3}{2}$. Bereken op welk tijdstip de onderste blok van de grond komt.

Hint: de oplossing van een differentiaal vergelijking van de vorm

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

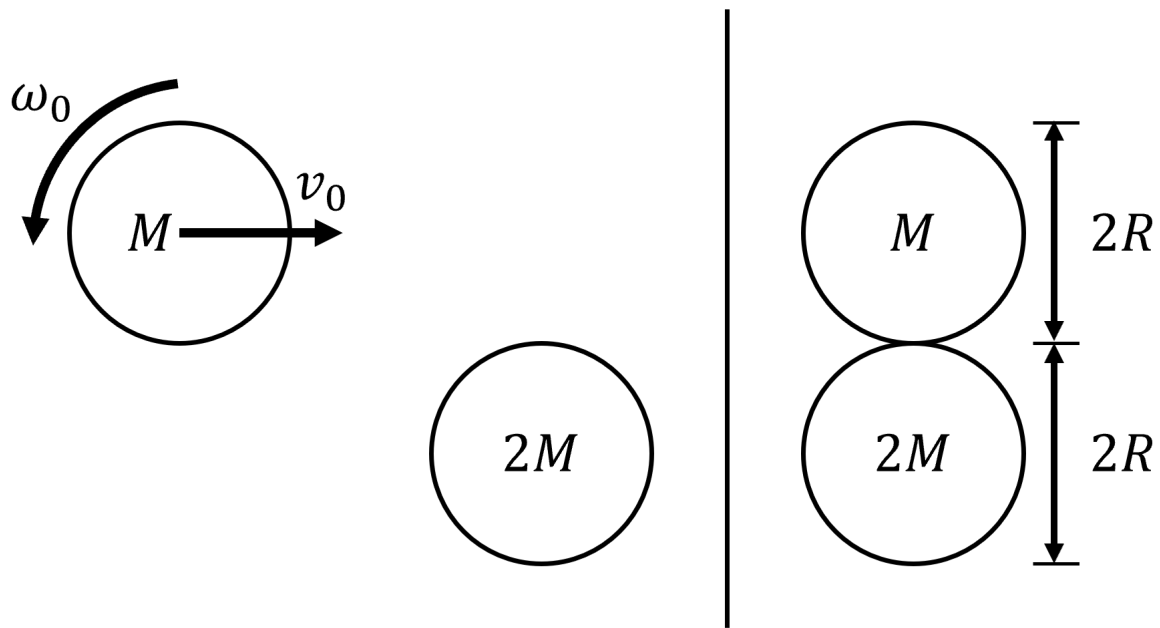
is

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

Vraag 4

Twee homogene schijven met straal R liggen op een tafel. De eerste heeft een massa M en de tweede heeft een massa van $2M$. De eerste schijf heeft ook een hoeksnelheid ω_0 en een lineaire snelheid v_0 en beweegt richting de andere schijf en maakt een tangentiële aanraking. Op het moment van de aanraking blijven de schijven aan elkaar plakken.

- (a) Wat is de lineaire snelheid van de twee schijven na de botsing?
- (b) Wat is de hoeksnelheid van de twee schijven na de botsing?
- (c) Voor welke waarde van ω_0 is de hoeksnelheid na de botsing 0?
- (d) Hoeveel energie gaat er verloren door de botsing?



Eindoplossingen

De eind oplossingen moeten nog toegevoegd worden.

1. Deze volledige vraag was letterlijk in de les behandeld.

(a) $I = \int_0^M |\hat{\omega} \times \vec{r}|^2 dm$ (leg alle parameters uit met tekening)

(b) /

(c) $I_0 = I_{cm} + d^2 M$ (zie cursus)

(d) $I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$

(e) $I_{gat} = \frac{M}{2}(R^2 + R_1^2 - \frac{2d^2 R_1^2}{R^2 - R_1^2})$ met M de massa van de schijf met gat.