Examen Analytische Mechanica, deel Van Riet

August 2013

Het is open boek en mondeling.

Vraag 1

Toon aan dat algemene coordinaten transformaties op de configuratie ruimte $q \to \tilde{q}$ automatisch kunnen uitgebreid worden naar canonische transformaties op de fazeruimte. Hoe zie je die uitbreiding op een natuurlijke manier voor een normaal Hamiltoniaans systeem?

Vraag 2

Beschouw een normaal Hamiltoniaans systeem

$$\mathcal{H} = \tfrac{1}{2} G_{ab} \dot{q}^a \dot{q}^b + V(q)\,. \tag{1}$$

Ga ervan uit dat er genoeg constanten van de beweging zijn zodat de 2de order bewegingsvergelijkingen kunnen geintegreerd worden naar 1ste-order bewegingsvergelijkingen van de vorm

$$\dot{q}^i = f^i(q)\,. \tag{2}$$

Toon aan dat de f^i een rotatie vrije flow definieren, in de zin dat

$$f_i dq^i = G_{ij} f^j dq^i\,, \tag{3}$$

een gesloten vorm is.

Vraag 3

Beschouw de volgende Hamiltonianen

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_1\Big(f_1(q^1, p_1), f_2(q^2, p_2), \ldots, f_N(q^N, p_N)\Big) \tag{4}$$

$$\mathcal{H}_2 = g_N(\ldots g_3(g_2(g_1(q^1, p_1), q^2, p_2)q_3, p^3)\ldots), q^N, p_N) \tag{5}$$

$$\mathcal{H}_3 = \sum_{i=1}^{N} \dot{q}^i(t)^2 + V(\sum_{i=1}^{N} q^i(t)^2)\,. \tag{6}$$

Vind zo veel mogelijk constanten van de beweging en bewijs dat ze constanten zijn.