

Examen Elektrodynamica

20 juni 2025

1. ¹ Het middelpunt van een geleidende bol met straal R bevindt zich op een afstand $r \gg R$ van een oneindig geleidend vlak. Er is een totale lading q aanwezig op de bol.

Deze vraag gaat over de kracht tussen de bol en het vlak en de geïnduceerde ladingsverdeling in het vlak. We hebben beide grootheden zeker berekend voor het geval $R = 0$ (i.e. de geleidende bol is een punt).

Bereken nu de eerste correctie voor deze grootheden (i.e. eerste niet-triviale orde van die correctie in R/r). Leg duidelijk je redenering uit en leg ook uit waarom je resultaat niet exact is maar slechts de leidende term. Lees ook expliciet af of de correctie de kracht groter of kleiner maakt.

2

2. Beschouw de magnetische vectorpotentialiaal

$$\vec{A}(x, y, z) = a|x|\hat{z}$$

met $\hat{z}$ de eenheidsvector in z -richting. Deze voldoet aan $\nabla \cdot \vec{A} = 0$.

(a) Vind de bron (dus een veld $\vec{J}$) die hierbij hoort.

(b) Vind het magnetisch veld $\vec{B}$.

3. Beschouw de volgende regel: indien een zekere grootheid X de waarde X_1 en X_2 aanneemt als de (mogelijk tijdsafhankelijke) bronnen gelijk zijn aan respectievelijk $(\rho_1, \vec{J}_1)$ en $(\rho_2, \vec{J}_2)$, dan neemt X de waarde $X_1 + X_2$ aan als de bronnen gelijk zijn aan $(\rho_1 + \rho_2, \vec{J}_1 + \vec{J}_2)$.

Voor welke van de volgende grootheden X is deze regel waar? Vul in de tabel W / O in voor WAAR / ONWAAR.

(A) $\vec{E}$

(B) $\vec{S}$ (Poyntingvector)

(C) $\vec{m}$: magnetisch dipoolmoment

(D) magnetische flux doorheen een gegeven oppervlak

(E) $\nabla \times \vec{J}$

¹moeilijk

²Tip: Gebruik Example 3.2, 4th edition of Problem 3.9, 5th edition (Griffiths).

- (F) de zelfinductantie L van een spiraalvormige stroomdraad
 - (G) de elektromagnetische veldtensor $F^{\mu\nu}$
4. Impliceren de Maxwellvergelijkingen op zich (zonder extra informatie) het lokaal behoud van elektrische lading? Indien ja, bewijs; indien nee, geef een tegenvoorbeeld.
 5. Een oneindige stroomdraad in de z -richting draagt een uniforme lijnladingsdichtheid λ en er vloeit een stationaire stroom I door. Waarnemer W beweegt nu met relativistische snelheid v in de z -richting naar rechts langsheen deze draad.
 - (a) Hoe beschrijft hij de draad: is er ook voor hem een lijnladingsdichtheid en een stationaire stroom, en zo ja, hoe groot zijn die? Zo nee, leg uit.
 - (b) Voor welke λ, I bestaat er een v (bereken die niet) zodat de waarnemer W geen stroom zal waarnemen?
 6. ³ Een pulserende elektrische quadrupool (iets wat dus op elk moment een quadrupool blijft, maar wel met een oscillerend quadrupoolmoment) zendt elektromagnetische straling uit. Dat mag je als gegeven aannemen.
 - (a) Hoe schalen de velden $\vec{E}, \vec{B}$ met r ? (i.e. geef niet de exacte vorm van die velden, en zelfs niet de precieze leidende term, maar gewoon hoe snel ze afvallen als functie van r).
 - (b) Hoe schaalt het uitgestraalde vermogen met de hoekfrequentie ω ?

³moeilijk