Kwantumveldentheorie

(22/01/2013 (9u00-13u00))

We werken in natuurlijk eenheden en stellen voor de eenvoud $\hbar = 1$ en $c = 1$.

$\boxed{1}$ **Vectorvelden...** Gegeven een vectorveld A_μ, met Lagrangedichtheid

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{m^2}{2} A_\mu A^\mu, \tag{1}$$

met

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu \tag{2}$$

en $m^2 \in \mathbb{R}_0$.

(a) Overtuig uzelf ervan dat deze Lagrangedichtheid niet ijkinvariant is.

(b) Bepaal de bevegingsvergelijkingen en toon aan dat ondanks de afwezigheid van ijksymmetrie deze toch de Lorenzconditie $\partial_\mu A^\mu$ impliceren.

(c) De Feynmanpropagator voor dit veld is gegeven door

$$\langle 0 | T \left\{ A^\mu(x) A^\nu(y) \right\} | 0 \rangle = -i \int \frac{\mathrm{d}^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik\cdot(x-y)} \frac{\eta^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu / m^2}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}. \tag{3}$$

Toon aan dat de propagator evenredig is met de Greense functie voor de bewegingsvergelijking.

(d) Construeer de algemene oplossing van de bewegingsvergelijking en interpreteer het resultaat (vergelijk met het massaloos geval).

$\boxed{2}$ **Ijkinvariantie van Feynmanamplitudes**

(a) Waarom is $e^+e^- \to \gamma$ geen fysisch proces, terwijl $e^+e^- \to \gamma\gamma$ dat wel is?

(b) Beschouw het fysisch proces $e^+e^- \to \gamma\gamma$. Het positron heeft (moment, heliciteit) (p_1, r_1), het elektron heeft (moment, heliciteit) (p_2, r_2) en de fotonen hebben (moment, polarisatie) (k_1, s_1) en (k_2, s_2). Geef de twee Feynmandiagrammen die dit proces in leidende orde beschrijvenen. Geef expliciet de bijhorende Feynmanamplitudes (dus polarisatie-indices, momenta, etc. moeten overal expliciet geschreven worden).

(c) Vervang nu in de voorgaande uitdrukking de polarisatievector $\varepsilon_{s_1}(\vec{k}_1)$ door k_1 en toon aan dat de beide bijdrages tegen elkaar wegvallen.

(d) Men zegt dat dit een gevolg van ijkinvariantie is. Leg uit!

◇ ◇ ◇