

Examen Stochastic Models 2024

June 2024

Vraag 1: Markovketens

Deze vraag ging over de kansen op winst voor een server in een tennisspel. Als de server opslaat heeft hij een kans van 0,6 om de slag te winnen. Als hij zenuwen heeft omdat hij kan winnen slaat hij slechts met een zekerheid van 0,5. De server blijft het hele spel aan zet en het verdere verloop van het spel is onafhankelijk van de opslag. Een tennisspel is gewonnen als een speler 4 slagen haalt, tenzij de stand 3-4 is, dan wordt er doorgespeeld tot een speler 2 punten voor staat.

We bevinden ons in een startpositie van een gelijkspel 3-3.

1. Wat is de kans dat de server wint? Geef ook de transitie matrix.
2. Hoeveel keer moet de server opslaan voordat het spel eindigt?

Vraag 2: Poissonprocessen

Een netwerk faalt gemiddeld 1 keer per 6 maanden.

1. Stel een homogene Poissonverdeling. Wat is de kans dat het netwerk niet meer dan 2 keer faalt in 2 jaar tijd?
2. Stel nu een niet-homogene Poissonverdeling met parameter $\lambda\alpha$ waar α exponentieel verdeeld is met gemiddelde 1.
 - a. Wat is de verwachtingswaarde en de variantie van het falen van het netwerk over een periode van 1 jaar?
 - b. Wat is de kans dat het netwerk 1 keer faalt gedurende 1 jaar?

Vraag 3: Advanced Stochastic Models

De hoogte van het pijl van een rivier wordt als volgt benaderd met behulp van een Brownse beweging.

$$H_t = H_0 + \sigma_H W_t$$

Het startpijl is 4 meter. Verder wordt van twee situaties gesproken. Men spreekt van een overstroming als het pijl boven de 8m stijgt en een droogte als het onder de 2m duikt.

Uit historische data weet men dat er een kans is van 67% dat er in de komende 8 maanden zich een overstroming voordoet.

1. Bereken de kans dat er in de komende 2 jaar een overstroming voordoet.
2. Bereken de kans dat er zich een droogte voordoet voordat zich er een overstroming voordoet.
3. Het bouwen van een dijk duurt 3 maanden. Wat is de verwachte maximale waarde van het pijl in deze periode?