

Examen Thermodynamica

⊂ Wina

juni 2022

1 Verwarmen van een huis

De muur van een huis bestaat uit een 10-cm brede laag isolatiemateriaal met $k_1 = 0.04$ en een bakstenen laag van 10-cm met $k_2 = 0.5$. De temperatuur binnen is 20°C en de temperatuur buiten is 0°C . Het systeem is stationair.

- (a) Wat is de temperatuur op de plaats waar de twee lagen elkaar raken? (2 punten)
- (b) Bepaal de efficiëntie (COP). Ga hierbij ervanuit dat de motor een ideale Carnotcyclus is die in omgekeerde richting wordt doorlopen en dat het gas ideaal is. (1 punt)
- (c) Vergelijk het antwoord van (b) met de meest efficiënte elektrische verwarming die stroom direct omzet ipv stoom te gebruiken om warmte te transporteren. (1 punt)
- (d) Neem nu aan dat het buiten een stuk warmer is en dat de motor dus werkt als airco. De airco kan max een warmteflux van $10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ onttrekken uit het huis van de vorige vragen. Wat is max buitentemperatuur zodat binnen een temperatuur van 20°C behouden kan worden. (2 punten)

2 Clausius-Clapeyron

- (a) Als we een gas-vloeistof overgang beschouwen, welke fase is dan gas en welke vloeistof (zie fig 2)? Beargumenteer. (1 punt)
- (b) Regenbuien kunnen ontstaan als warme lucht stijgt naar koudere lagen. Verklaar aan de hand van de Clausius-Clapeyron relatie die de co-existentie beschrijft tussen gas en vloeistof waarom regenbuien bij 40°C heftiger zijn dan nadat het overdag 20°C was. (2 punten)

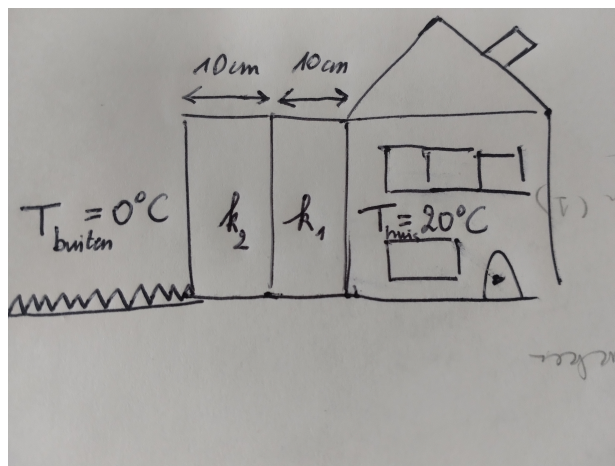


Figure 1: Oefening 1

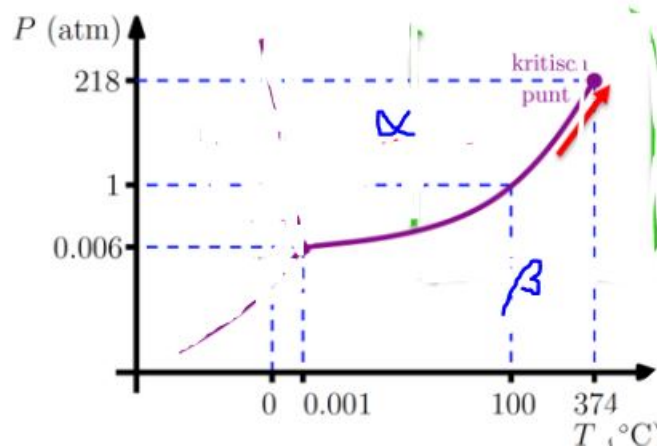


Figure 2: Oefening 2

- (c) Toon aan dat de richtingsafgeleide van de co-existentiecurve gegeven wordt door: (2 punten)

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

- (d) De bovenstaande vergelijking kan makkelijk opgelost worden op basis van drie aannames. Leg uit wat deze aannames zijn en los de vergelijking op. (2 punten)

3 Lenoir cyclus

- 1 → 2 Ontbranding van de brandstof: isochore toevoeging van warmte
- 2 → 3 Uitstoten van de hete grssen: isentropische expansie
- 3 → 1 Afkoelen vd gassen bij atmosferische druk: isobare afvoer van warmte

- (a) Schets het PV-diagram (2 punten)

- (b) Beschouw een straalmotor met als werkvloeistof 5 mol lucht (gegeven dat ideaal diatomair gas). Gegeven dat $T_1 = 30C$ en $T_2 = 1200C$. Bepaal T_3 . (2 punten)

- (c) Aangenomen dat de motor 35 keer pulst per seconde (dus 35 keer wordt de cyclus doorlopen). Wat is de geleverde vermogen aan nuttige arbeid? Wat is de efficiëntie? Vergelijk met de efficiëntie van een normale Carnotcyclus tussen warmtebaden van T_1 en T_2 . Hint: Maak gebruik van de eerste hoofdwet en reken eerst de warmtestromen uit. (deze hint stond ook op het examen) (3 punten)

4 (micro-)canonisch

De entropie voor een systeem in thermisch evenwicht wordt gegeven door:

$$S = -k \sum P(x) \log(P(x))$$

waarbij gesommeerd wordt over alle microtoestanden x.

- (a) Laat zien dat de Boltzmann-entropie voor het microcanonisch ensemble een speciaal geval is van de bovenstaande definitie. (1 punt)
- (b) Laat zien hoe de Helmholtz vrije energie gerelateerd is aan de toestandsom Z , door in te vullen wat $P(x)$ is voor een canonic ensemble. (2 punten)
- (c) Laat zien hoe de thermodynamische identiteit van Clausius-entropie hieruit volgt door naar de thermodynamische identiteit van S te kijken. (2 punten)

5 Deeltje in een "square well" potentiaal

We beschouwen een deeltje dat beweegt in de put van een één-dimensionale zogenaamde oneindige "square-well" potentiaal met breedte L . De energie van zo een deeltje wordt gegeven door:

$$E(n) = \frac{n^2 h^2 \pi^2}{2mL^2} \text{ voor } n=1,2,3,\dots$$

waarbij h, m en L constanten zijn. Het systeem is in contact met een warmtebad.

- (a) Met welk ensemble hebben we hier te maken? Motiveer je antwoord. (1 punt)
- (b) Beschouw de situatie waarbij $kT \ll \theta$ waarbij $\theta = \frac{h^2 \pi^2}{2mL^2}$. Geef een uitdrukking voor de gemiddelde energie en de warmtecapaciteit C_V . (2 punten)
- (c) Beschouw de situatie waarbij $kT \gg \theta$ waarbij $\theta = \frac{h^2 \pi^2}{2mL^2}$. Geef een uitdrukking voor de gemiddelde energie en de warmtecapaciteit C_V . Tip: Probeer de discrete som niet analytisch uit te werken, dat zal je niet lukken. Bij hoge temperaturen zullen de verschillen tussen de energieniveau's zo klein worden in vergelijking met de karakteristieke energieschaal van het deeltje, dat je kan aannemen dat het energie-spectrum continu wordt. (2 punten)