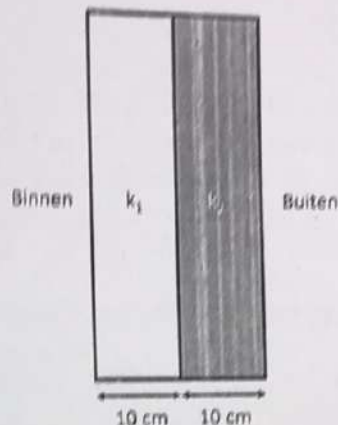


Fysische thermodynamica



Figuur 1: Muur bestaande uit een isolatielaag (links) en een baksteenlaag (rechts).

1 Verwarmen van een huis

Een huis is opgebouwd uit buitenmuren die bestaan uit een laag bakstenen en een laag isolatie. De twee lagen hebben elk een dikte van 10 cm waarbij de bakstenen gericht zijn naar buiten, zie figuur 1. De verwarming zorgt ervoor dat de temperatuur binnen op 20°C wordt gehouden terwijl het buiten 0°C is. Verder is gegeven dat het systeem stationair is met $k_1 = 0.040 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ en $k_2 = 0.50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$.

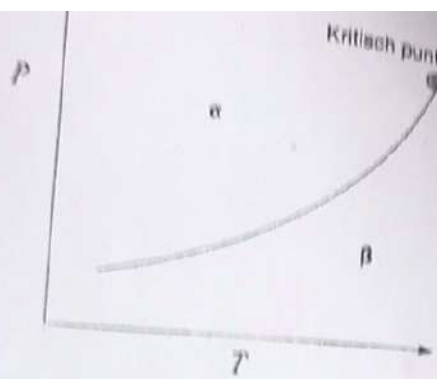
a) Wat is de temperatuur op de plek waar de bakstenen en de isolatie elkaar raken?

Het verwarmen van het huis gebeurt met een warmtepomp. De pomp verbruikt elektrische stroom om warmte te onttrekken van buiten om zo de binnenruimte te verwarmen. De 'coefficient of performance' (COP) bepaalt hoe efficiënt een warmtepomp kan verwarmen t.o.v. zijn verbruik. Anders gezegd, de COP is de verhouding van de nuttige warmte t.o.v. de netto arbeid.

b) Bepaal de efficiëntie (dus de COP) van de warmtepomp van het huis bij de gegeven temperaturen en bereken deze vervolgens. Ga er hierbij voor het gemak van uit dat de pomp een ideale carnotcyclus volgt in de omgekeerde richting.

c) Vergelijk het antwoord uit b) met de meest efficiënte elektrische verwarming die stroom direct omzet in warmte in plaats van stroom gebruiken om warmte te transporteren.

d) Neem nu dat het buiten een stuk warmer is dan binnen en de warmtepomp als airconditioning in plaats van als verwarming zijn werk moet doen. De airco kan maximaal een warmteflux van 10 W per vierkante meter muur onttrekken uit hetzelfde huis als de vorige deelvragen. Wat is de maximale buitentemperatuur waarbij de binnentemperatuur van 20°C behouden kan worden?



Figuur 2: Dampspanningsrelatie van Clausius-Clapeyron

2 Clausius-Clapeyron

De curve in Fig. 2 geeft de dampspanningslijn tussen fase α en β .

a) Als we een gas-vloeistof overgang beschouwen, welke fase is dan het gas en welke de vloeistof? Beargumenteer je antwoord.

b) Regenbuien kunnen ontstaan als warme lucht stijgt naar koude luchtlagen. Verklaar aan de hand van de Clausius-Clapeyron relatie, die de co-existentie beschrijft tussen de gas en vloeistof fase, waarom buien die ontstaan nadat het overdag 40°C was veel heftiger zijn dan regenbuien die ontstaan nadat het 20°C was.

c) Toon aan dat de richtingscoëfficiënt van deze curve gegeven wordt door

$$\left. \frac{dP}{dT} \right|_{\text{coex.}} = \frac{\Delta S}{\Delta V} \quad (2.1)$$

d) De bovenstaande relatie kan makkelijk opgelost worden op basis van drie aannames. Legt uit wat deze aannames zijn en los de vergelijking op.

3 Pulserende straalmotor

De eerste primitieve straalmotoren waren zogenaamde pulserende straalmotoren, waarbij herhaaldelijk een bepaalde hoeveelheid brandstof tot ontbranding wordt gebracht in de motor, dat explodeerde en zo voor stuwkracht zorgde. De thermodynamische cyclus geassocieerd aan deze motor heet de *Lenoir* cyclus en bestaat uit de volgende drie stappen

- $1 \rightarrow 2$ Ontbranding van de brandstof: een isochore toevoeging van warmte
- $2 \rightarrow 3$ Uitstoten van de hete gassen: een isentropische expansie
- $3 \rightarrow 1$ Afkoelen van de gassen bij atmosferische druk: een isobare afvoer van warmte

a) Schets het $P - V$ diagram.

- b) Beschouw een straalmotor met als werkvloeistof 5 mol lucht, dat je mag aannemen zich zal gedragen als een ideaal diatomair gas. Gegeven dat $T_1 = 30^\circ\text{C}$ en $T_2 = 1200^\circ\text{C}$, bepaal T_3 .
- c) Aangenomen dat de motor 35 keer per seconde "pulst" (elke puls is een volledige cyclus), wat is dan het geleverde vermogen aan nuttige arbeid? En wat is de efficiëntie? Vergelijk met de efficiëntie van een Carnot motor met warmtebaden van T_1 en T_2 . *Hint: Maak gebruik van de eerste hoofdwet, en reken eerst de warmtestromen uit.*

Thermodynamica: Statistische achtergrond

4 (micro)-canonisch

De entropie voor een systeem in thermisch evenwicht wordt gegeven door

$$S = -k \sum_x P(x) \log P(x)$$

waarbij gesommeerd wordt over alle microtoestanden x .

- Laat zien waarom de Boltzmann definitie van entropie voor het microcanonische ensemble een speciaal geval is van deze meer algemene entropie.
- Laat zien hoe de Helmholtz vrije energie gerelateerd is aan de toestandssom Z , door in te vullen wat $P(x)$ is voor een canoniek ensemble.
- Laat zien hoe de thermodynamische definitie van entropie van Clausius hier uit volgt door naar de thermodynamische identiteit van S te kijken.

5 Deeltje in een "square well" potentiaal

We beschouwen een deeltje dat beweegt in de put van een één-dimensionale zogenaamde oneindige "square well" potentiaal met breedte L . De energie van zo een deeltje wordt gegeven door:

$$E(n) = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2mL^2}, \quad \text{voor } n = 1, 2, 3, \dots$$

waarbij $\hbar$, m , en L constanten zijn. Het systeem is in contact met een warmtebad.

- Met welk ensemble hebben we hier te maken? Motiveer je antwoord.

- Beschouw de situatie waarbij $k_B T \ll \theta$, waarbij $\theta = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$. Geef een uitdrukking voor de gemiddelde energie $\langle E \rangle$ en de warmtecapaciteit C_V ?

Tip: Bij lage temperaturen dragen enkel de lage energie niveaus significant bij. Beschouw dus $n = 1, 2$.

- Beschouw nu de situatie waarbij $k_B T \gg \theta$. Geef een uitdrukking voor de gemiddelde energie $\langle E \rangle$ en de warmtecapaciteit C_V ?

Tip: Probeer de discrete som niet analytisch uit te werken, dat zal je niet lukken. Bij hoge temperaturen zullen de verschillen tussen de energieniveaus zo klein worden in vergelijking met de karakteristieke energieschaal van het deeltje, dat je kan aannemen dat het energie-spectrum continu wordt.