Examen Numerieke Wiskunde 19 juni 2017

19 juni 2017

1 Vraag 1

Gegeven:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

met $\alpha = 10^{-20}$. Oplossen in matlab met gauss zonder pivotering geeft de oplossing

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Met pivotering is de berekende oplossing

$$X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Waarom liggen X_1 en X_2 zo ver uiteen? Met matlab berekenen we $AX_2 - B$ en we krijgen de nulvector, betekent dit dat X_2 de exacte oplossing is?

2 Vraag 2

Bewijs dat

$$f_0' = \frac{1}{h}\left(\Delta f_0 - \frac{\Delta^2 f_0}{2} + \frac{\Delta^3 f_0}{3} - ...\right).$$

(Hint : $f[x_i, ..., x_j] = \dfrac{\Delta^{j-i} f_0}{(j-i)!} h^{i-j}$, als $x_k = x_0 + kh$)

3 Vraag 3

$$x^{(k+1)} = -\exp(x^{(k})$$

Is er convergentie? Zo ja, voor welke startwaarden? Kan je een goed stopcriterium verzinnen hiervoor?

4 Vraag 4

Een implementatie van de methode van Bairstow was gegeven in matlab-code en je moest in detail het algoritme uitleggen. Het kwam erop neer dat je de recursierelaties voor de partiële afgeleiden berekende en dan aantoonde dat (op index na) de afgeleiden naar ρ en naar μ hetzelfde waren. Een stuk van het antwoord staat in oefening 5.4 van dat hoofdstuk.