Examen Meetkunde I januari 2016

11 januari 2016

1 Theorie

1.1 Vraag 1

Geef de definitie van barycentrische coordinaten. Bewijs dat deze coordinaten voor een punt x bestaan als en slechts als $x \in S$, met S het affien vlak bepaald door de punten $p0, p1, .., pk$. Bewijs dat barycentrische coordinaten een affien invariant is. Bewijs dat het barcentrum van een tetraëder het snijpunt is van de rechten die een vlak verbinden met het overige hoekpunt.

1.2 Vraag 2

Bewijs dat elke regulier kromme een booglengte parametrisatie heeft.
Leidt de Frenet formules af voor $\mathbb{E}^3$.
Voor een BLP gesloten kromme met lengte L bewijs dat:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^L (X'(s) \cdot (T(s) \times X(s)) - \tau(s))ds \in \mathbb{Z}$$

met $X(s)$ een L-periodisch genormeerdvectorveld dat in het (N,B) vlak ligt.

2 Oefeningen

2.1 Vraag 1

Bewijs Pappus voor het geval van snijdende rechten in $\mathbb{A}^2$

2.2 Vraag 2

Beschouw de volgende euclidische transformatie:

$$F : \begin{pmatrix} p1 \\ p2 \\ p3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} cos(t) & \frac{sin(t)}{\sqrt{2}} & -\frac{sin(t)}{\sqrt{2}} \\ -\frac{sin(t)}{\sqrt{2}} & \frac{cos(t)+1}{2} & \frac{-cos(t)+1}{2} \\ \frac{sin(t)}{\sqrt{2}} & \frac{-cos(t)+1}{2} & \frac{cos(t)+1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p1 \\ p2 \\ p3 \end{pmatrix} + \frac{1}{\pi} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{t}{\sqrt{2}} \\ -\frac{t}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Classificeer deze transformatie voor alle $t \in \mathbb{R}$. Bespreek de transformatie volledig voor $t = \frac{\pi}{2}$

2.3 Vraag 3

/

2.4 Vraag 4

Beschouw de parametrisatie:

$$x(u, v) := (f(u)cos(v), f(u)sin(v), g(u))$$

met $(f')^2 + (g')^2 = 1$. Bewijs dat de gauskromming gelijk is aan $-\frac{f''}{f}$. Classificeer deze parametrisaties voor het geval dat x een platte kromme is (aka gauskromming is nul).