Examen Kansrekenen en Statistiek 1 17 juni 2016

17 juni 2016

1 Kansrekenen

1.1 Vraag 1

a) Geef de definitie van een stochastische veranderlijke.

b) Gegeven dat het stochastisch koppel (X,Y) bivariaat normaal verdeeld is met $\mathcal{N}(\mu_1, \mu_2, {\sigma_1}^2, {\sigma_2}^2, \rho)$, bereken de marginale verdeling van Y.

1.2 Vraag 2

1. In een boutenfabriek zijn er 3 productielijnen, A,B en C die resp. 25, 35, 40 procent van het totaal aantal bouten produceren. Bij A is er 5 procent kans op een defect, B 4, C 2. Als een willekeurige bout defect is, bereken de kans dat de bout van A kwam.

2. Ne ket koopt 500 bouten, wat is de kans dat er meer dan 25 bouten defect zijn? (Als de kans niet gevonden wordt, gebruik 0.05)

1.3 Vraag 3

a) Op X exponentieel verdeeld met $\alpha = 1$ wordt volgende transformatie toegepast, $W = \frac{X^{\frac{1}{c}}}{\lambda}$, met c en λ groter dan 0. Bepaal de dichtheidsfunctie van W.

b) Hoe kan je best getallen uit W genereren. Welke van deze commando's in R gebruik je hier best voor. (Hier waren de r, p, d en q commando's van pois norm en unif gegeven.)

1.4 Vraag 4

a) Van een symmetrische s.v. X is $E[(X-1)^2] = 10$ en $E[(X-2)^2] = 6$. Bepaal de verwachtingswaarde en variantie.

b) Schat hiermee de kans P(X ¡ 15) af. (Als ze niet gevonden werden, gebruik $E[X] = 4$ en $Var[X] = 4$)

2 Statistiek

2.1 Vraag 1

Beschouw een steekproef $X_1, ..., X_n$ uit een exponentiële verdeling met parameter α. We werken met de schatters

$$T_1 = \frac{1}{n}(X_1 + ... + X_n) \tag{1}$$

$$T_2 = nM_n \tag{2}$$

Hier is M_n het minimum van de X_i.

1) Toon aan dat M_n exponentieel verdeeld is met parameter $n\alpha$

2) Bespreek met behulp van de MSE welke schatter de beste is.

2.2 Vraag 2 AKA the bane of mortal men

Gegeven twee onafhankelijk steekproeven

$$X_1, .., X_n uit \mathcal{N}(\mu_1, {\sigma_1}^2) \tag{3}$$

$$Y_1, .., Y_n uit \mathcal{N}(\mu_2, {\sigma_2}^2) \tag{4}$$

1) Construeer een $(1-\alpha)$-BI voor $\mu_1 - 3\mu_2$ als ${\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$

2) Construeer een $(1-\alpha)$-BI voor $\mu_1 - \mu_2$ als ${\sigma_1}^2 = 4{\sigma_2}^2$

2.3 Vraag 3 AKA the harbinger of doom

Hier werd eerst belachelijk veel R-output gegeven (ZELFS OOK AL STONDEN ER AL 3 PUNTEN OP R) over iemand uit een supermarkt die 100 zakjes chips van 2 merken (Lazy en Crocks, wat ik grappig had gevonden moest het geen belachelijke kutvraag zijn) had vergeleken qua gewicht (verwachte gewicht was 250). En dan een paar vragen.

1) Hier moesten er een aantal onbekende waarden in de R-output aangevuld worden. Deze waren een aantal vrijheidsgraden bij een T-test, een p-waarde en 1 van de twee grenzen van een 95 procent BI.

2) Op $\alpha = 0.01$ testen of Lazy meer weegt dan Crocks. Uit de dat had ik afgeleid dat $\bar{x_L} = 251.01450, \bar{x_C} = 250.0450, \bar{s_L}^2 = 2.5684 \bar{s_C}^2 ens \bar{s_L}^2 = 10,0627$. De varianties waren dus duidelijk niet gelijk en dus heb ik Behrens-Fisherprobleem gebruikt met 166 vrijheidsgraden (ook afgeleid uit R-uitvoer). Dit kan natuurlijk fout zijn, omdat zoals al eerder vermeld deze vraag het slechtste idee was sinds de huidige regeringscoalitie.(2016)

3) Maak een schets waarop je de testwaarde en de p-waarde aanduidt.

4) Leg in woorden de betekenis van deze p-waarde uit.

5) Bereken de kans op een type-II fout gegeven dat $\mu_L = 248$ en $\mu_C = 246$.

6) Tenslotte wil de duivelse man die dit onderzoek heeft opgesteld bekijken of mensen de paprika van Lazy gemiddeld meer kopen dan die van Crocks. (Zodat hij daar winst uit kan slaan waarschijnlijk, de kapitalist). Op een dag verkoopt hij 40 Lazy's waarvan 12 paprika's en 53 Crocks met 17 paprika. Test op $\alpha = 0.05$ of Lazy niet even populair is als Crocks.