

Kansrekenen I examen

Emilie Anne Verhaegen

19 juni 2020

Vraag 1 (4pt)

- (a) Geef de definitie van een stochastische veranderlijke.
- (b) Toon aan dat $Y(\omega)$ een s.v. is als

$$Y(\omega) = \begin{cases} X(\omega) & \text{als } X(\omega) \geq 1 \\ 0 & \text{als } X(\omega) < 1 \end{cases}$$

Vraag 2 (4pt)

Een tegelfabrikant produceert tegels, waarvan 25% uit productielijn A, 35% uit productielijn B en 40% uit productielijn C. Van de tegels uit productielijn A zijn er 6% kapot. Voor productielijn B en C zijn dat er respectievelijk 2% en 3%.

- (a) Als een willekeurige tegel kapot is, wat is dan de kans dat deze tegel uit productielijn A komt? Geef duidelijk aan welke kansregels uit de cursus je gebruikt om tot een antwoord te komen.
- (b) Julie wil voor een groot bouwproject 800 tegels aankopen. Wat is de kans dat meer dan 30 tegels kapot zijn? Als je de kans dat een tegel kapot is niet vindt, gebruik dat 0,03 (dit is niet de juiste waarde).

Vraag 3 (4pt)

Gegeven een momentgenererende functie:

$$M_X(t) = \frac{1}{4}(e^{-3t} + e^{-t} + e^t + e^{3t})$$

- (a) Bereken de variantie.
- (b) Gebruik deze variantie om een ondergrens voor $P(|X| < \frac{9}{4})$ te vinden. Wees nauwkeuriger dan $P(|X| < \frac{9}{4}) \geq 0$. Als je het antwoord in (a) niet vond, gebruik dan $E[X] = 0$ en $\text{Var}[X] = 4$ (dit is niet de juiste variantie).

Vraag 4 (4pt)

Een apparaat stopt met werken als minstens één van de twee onderdelen stopt met werken. De volgende functie geeft de levensduur van de onderdelen X en Y (in uren).

$$f_{X,Y}(x, y) = c(x + y)$$

met $0 < x < 4$ en $0 < y < 4$.

- (a) Bereken c zodat $f_{X,Y}$ een dichtheidsfunctie is.
- (b) Wat is de kans dat het apparaat faalt binnen het uur?
- (c) Bereken $f_{Y|X}(y|x)$.

Vraag 5 (4pt)

Gegeven de Weibull verdelingsfunctie: $F_X(x) = 1 - e^{-(x/\alpha)^\beta}$ met $x \geq 0$. Voor de parameters geldt $\alpha > 0$ en $\beta > 0$.

- (a) Geef de dichtheidsfunctie.
- (b) $Y = (\frac{X}{\alpha})^\beta$. Geef de verdeling van Y.
- (c) Hoe kan je een Weibull verdeelde stochastische veranderlijke genereren vanuit $U \sim \mathcal{U}[0, 1]$?

Antwoorden

Dit zijn mijn antwoorden, ik kan fouten gemaakt hebben. Als iemand iets anders uitkomt, laat maar weten.

1. Zie cursus.
2. (a) 0,4412 (b) 0,264
3. (a) $\text{Var}[X] = 5$
(b) $P(|X| < \frac{9}{4}) \geq \frac{1}{81}$
4. (a) $c = \frac{1}{64}$
(b) $P(X \leq 1 \cup Y \leq 1) = \frac{19}{64}$
(c) $f_{Y|X}(y|x) = \frac{x+y}{4x+8}$
5. (a) $f_X(x) = \frac{\beta}{\alpha} (\frac{x}{\alpha})^{k-1} e^{-(x/\alpha)^\beta}$
(b) $Y \sim \varepsilon(1)$
(c) $X = \alpha(-\ln(U))^{1/\beta}$