1 Vraag 1

1. Geef de definitie voor een kansmaat P in een meetbare ruimte $(\Omega, \mathcal{A})$.
2. Geef de volledige stelling van Chebyshev.
3. Bewijs één van de twee vergelijkingen van Chebyshev.

2 Vraag 2

In een dorp bestaat de bevolking uit 35% conservatieven, 50% liberalen en 15% onafhankelijken. Voor de Europese verkiezingen stemde 90% van de conservatieven, 77% van de liberalen en 64% van de onafhankelijken. Wat is de kans dat een willekeurig persoon uit het dorp een liberaal is als je weet dat die persoon niet heeft gestemd?

3 Vraag 3

Zij X een s.v. die verdeeld is volgens de geometrische verdeling met parameter θ

1. Bereken de momentgenerende functie van X.
2. Bereken $E[X]$ en $\mathrm{Var}[X]$ door gebruik te maken van de momentgenerende functie.
3. Wat wordt bedoeld met volgende uitspraak: "De geometrische verdeling is geheugenloos."

4 Vraag 4

Zij $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ een kansruimte met s.v. X. De dichtheidsfunctie van X is als volgt:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & 1 < x < 3 \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

1. Zij $Y = X^2$. Geef de dichtheidsfunctie van Y.
2. Voor welke stijgende functie $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ geldt dat $Y = h(X)$ de uniforme verdeling van 0 tot 1 is?

5 Vraag 5

Zij $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ een kansruimte met stochastische vector (X, Y). De dichtheidsfunctie van (X, Y) is als volgt:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 8xy & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

1. Bereken de marginale verdeling van X en Y. Zijn X en Y onafhankelijk?
2. Bereken $P(X > 0.5|Y > 0.5)$.

6 Vraag 6

Er is een receptie waar de organisatie voor iedereen een glas appelsiensap wil voorzien. Er is in totaal 82 liter appelsiensap. In ieder glas zit gemiddeld 204 ml appelsiensap met een standaard deviatie van 12 ml.

1. Stel dat er 400 glazen appelsiensap zijn. Wat is de kans dat er te weinig appelsiensap voorzien is om alle 400 glazen te vullen? Maak gebruik van één van de volgende commando's in R en geef aan welke je gebruikt.

```
> x = c(81999, 81999.5, 82000, 82000.5, 82001)
> pnorm(x, mean=400*204, sd=400*12^2)
[1] 0.5027635 0.5027669 0.5027704 0.5027739 0.5027773
> pnorm(x, mean=204, sd=12)
[1] 1 1 1 1 1
> pnorm(x, mean=204*400, sd=sqrt(400)*12)
[1] 0.9517937 0.9520020 0.9522096 0.9524165 0.9526227
> pnorm(x, mean=204, sd=12^2)
[1] 1 1 1 1 1
```

2. Hoeveel glazen kunnen er maximaal gevuld worden als er maximaal 1% kans mag zijn dat er te weinig appelsiensap is voorzien om alle glazen te vullen?

3. Er staan 30 glazen op een tafel, 22 volledig gevuld en 8 half gevuld. Wat is de kans dat iemand die willekeurig 3 glazen van tafel neemt minstens één halfvol glas heeft genomen?