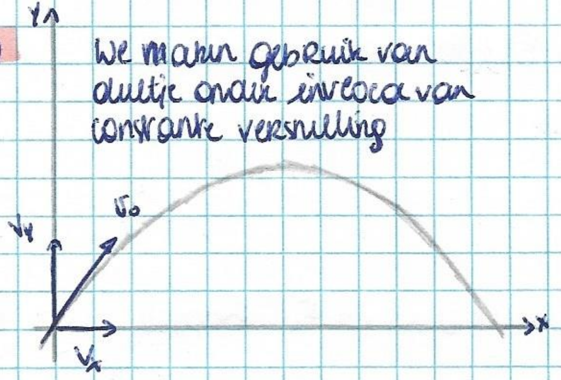
Nat 1 - Oud examens

2018 - 2019

Mondeling

V Afleiding projectielbeweging in 3D. a, v en x in functie v/d tijd. Maximale hoogte die bereikt wordt? Eindsnelheid? Optimale hoek? Er zijn geen numerieke gegevens.

O We maken gebruik van deeltje onder invloed van constante versnelling



We bekijken alle grootheden in aparte x, y, z componenten.

Horizontaal
- Er is horizontaal geen kracht dat op het voorwerp werkt dus ook geen versnelling. $a_x = 0$
- Geen versnelling => constante snelheid anders zou voorwerp niet in beweging zijn
  $V_x = V_0 t$
- Er is een snelheid over tijd, dus ook een verplaatsing: $x = x_0 + V_0 t$

-> eenparige constante snelheid.

Verticaal
- Er werkt wel een kracht op, namelijk zwaartekracht => $a_y = -g$
- Er is een versnelling, dus er is een verandering in snelheid => $V_y(t) = V_{0y} + gt$
- Verplaatsing volgens formule: $y(t) = y_0 + V_y t - \frac{gt^2}{2}$

~~Maximale hoogte als een recht naar boven wordt gesmeten en dan tot dit afhangen van beginsnelheid.~~

Maximale hoogte: eerst parabool vgl opstellen: $x(t) = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{V_{0x}}$, $y(t) = V_{y0} t - \frac{gt^2}{2}$ $\Bigg\}$ $y(x) = \frac{V_{y0}}{V_{x0}} x - \frac{g}{2V_{x0}^2} x^2$

-> Maximum bereiken door afleiden en nulpunten vinden!

Eindsnelheid: $V_x t$ met t de tijd dat het in beweging was.

Optimale hoek: 45° => optimale hoogte & afstand.

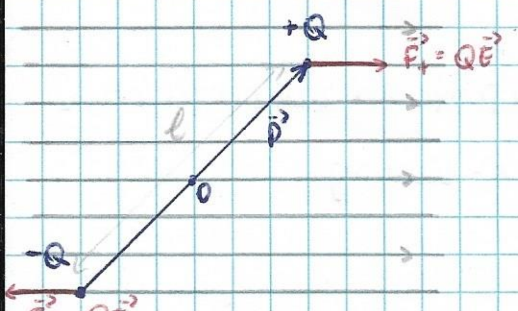
2017 - 2018

13 Juni

V1 Wat is een elektrische dipool?

een systeem van 2 even grote ladingen met tegengesteld teken op afstand ℓ.

V2 Beschrijf wat er gebeurt wanneer een elektrisch dipool in een uniform elektrisch veld geplaatst wordt, verklaar.



Een dipool zal een dipoolmoment bevatten: maat van polariteit. Dit dipoolmoment wordt als volgt gedefinieerd: $\vec{p} = Q\ell$. Als een dipool in een elektrisch veld komt, zal de positieve lading worden aangetrokken door de negatieve kant v/h veld (waar het veld naar wijst). Dit gebeurt ook voor de negatieve lading aan de andere kant waardoor het dipool zich zal uitlijnen met het elektrisch veld.

V3 De krachten willen elkaar in deze situatie opheffen: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = Q\vec{E} - Q\vec{E} = 0$

O Maar zonder kracht kan er wel nog steeds een krachtmoment zijn:

$$\tau = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{l}{2} QE \sin\theta + QE \frac{l}{2} \sin\theta = pE \sin\theta = \vec{p} \times \vec{E}$$

Als men het krachtmoment kent, kan men de arbeid bepalen om zo tot energie te komen

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta = -pE \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \, d\theta = pE [\cos\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

RHR volgt θ &

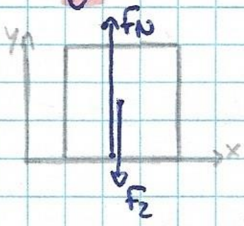
Als we kiezen dat $U = 0$ wanneer $\vec{p} \perp \vec{E}$ (en dus $\theta_1 = 90°$ zodat $\cos\theta_1 = 0$)
en we definiëren $\theta_2 = \theta$ dan

$$U = -W = -pE\cos\theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

V4 Een doos ligt op een tafel

a Teken en bespreek alle krachten. Definieer gewicht v/d doos en F_N. Bespreek hoe ze zich tot elkaar verhouden

O



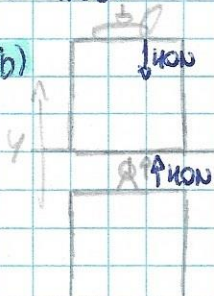
Het gewicht is de kracht waarmee de aarde je naar het oppervlakte aantrekt. $= mg$ met g de valversnelling en m massa van doos.

Door dit gewicht zal de doos een kracht uitoefenen op de tafel. Gezien de 2e? Wet van Newton, moet hier een gelijke tegengestelde kracht komen

→ De twee krachten die werken op de doos zijn dus de zwaartekracht en de normaalkracht. De doos beweegt niet dus is de som van alle krachten 0.

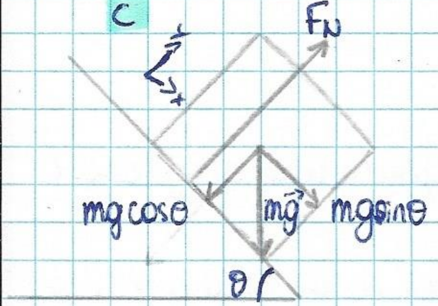
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg.$

b)



Het gewicht van de doos zal altijd door $m\vec{g}$ gedefinieerd worden, ~~dus~~
De versnelling blijft 0, dus $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0$
$\Rightarrow \Sigma F = F_N - mg - 40N \Rightarrow F_N = mg + 40$
→ Normaalkracht zal dus compenseren voor het duwen.
Gelijkaardig voor trekken
$\Rightarrow \Sigma F = F_N - mg + 40N \Rightarrow F_N = gm - 40N \Rightarrow$

C



We kiezen de assen op een andere manier om de component gemakkelijk te kunnen bepalen. F_N is gedefinieerd tegenover het oppervlak en zal dus met y mee gaan.
Het gewicht is daarentegen altijd recht naar beneden en moet dus in componenten opgesplitst worden
$F_{zx} = mg\sin\theta \quad F_{zy} = mg\cos\theta.$

We weten dat er in de y richting geen beweging zal zijn, dus $\Sigma F = 0$
$\Rightarrow \Sigma F_y = F_N - mg\cos\theta \Rightarrow F_N = mg\cos\theta$

Nu in de x-richting zal er geen F_N zijn en enkel F_z. Het pakje zal zich verplaatsen dus $\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg\sin\theta = ma_x$
→ $a_x = g\sin\theta$ in pos x-richting.

V5 3 lampen met vermogen = 25, = 60 en = 100 Watt worden in serie geschakeld bij 220 V

O Voor elke lamp weerstand bepalen: $P = \Delta V^2 / R \Rightarrow R_1 = \frac{220^2}{25} = 1936\ \Omega$

Algemene stroom zoek (gelijk over weerstanden) $R_2 = \frac{220^2}{60} = 806{,}67\ \Omega$

$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{\Delta V}{1936 + 806 + 484} = 0{,}068\ A$ $R_3 = \frac{220^2}{100} = 484\ \Omega$

Alle spanningen bepalen per weerstand

$\Delta V_1 = (0{,}06 \cdot 1936) = 132{,}03V$ $P_1 = (132{,}03V \cdot 0{,}06) = 9W$

$\Delta V_2 = (0{,}06 \cdot 806) = 54{,}97V$ $\rightsquigarrow$ $P_2 = (54{,}97 \cdot 0{,}06) = 3{,}75W$

$\Delta V_3 = (0{,}06 \cdot 484) = 33{,}01V$ Vermogens $P_3 = (33{,}01 \cdot 0{,}06) = 2{,}25W$

14 juni

V1 Bespreek elektrische geleiding in een halfgeleidend materiaal. Betrek in je antwoord zeker het concept 'energieband'

O

2016-2017

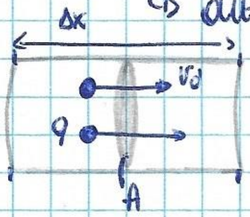
25 Augustus

V1 Definieer stroom, leg verband tussen macroscopisch en microscopisch model en bewijs formeel de wet van Ohm.

O Stroom is het tempo waarmee er elektrische lading door een oppervlak stroomt

$$I = \frac{dq}{dt}$$ → vloeit in richting van positieve lading.

↳ dit is eerder macroscopisch, microscopisch geven



Q = ladingsdichtheid n · volume · q = $(n \cdot \Delta x A) q$

driftsnelheid v_d ⇝ de afstand per tijd op een uchre lijn, niet van de $\bar{e}$ zelf.

↳ $v_d \to \Delta x = v_d \Delta t$

Δx is hier de lengte v/d draad: $\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$ → $\boxed{I_{gem} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA}$

De stroomdichtheid: elektrische stroom per oppervlakte. $\boxed{j = \frac{I}{A} = nqv_d}$

Bewijs wet van Ohm.

$V = IR$ kan geschreven worden in microscopische hoeveelheden zoals hieronder: we schrijven R in de termen van ρ

$$R = \rho\frac{\ell}{A}$$

en we schrijven V en I als → letterlijk formularium.

$$I = jA \quad \text{en} \quad V = E\ell$$

Dit laatste komt uit $\Delta V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$ waarbij we ervan uitgaan dat $\vec{E}$ uniform is over de draad met lengte ℓ met daartussen het potentiaalverschil ΔV

Dus als we $\Delta V = IR$ vervangen krijgen we

$$E\ell = (jA)\left(\rho\frac{\ell}{A}\right) = j\rho\ell \quad \text{dus} \quad j = \frac{1}{\rho}E \quad \text{of} \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}$$

28 juni

V1 Een rotatiebeweging heeft andere grootheden voor de positie, versnelling en kracht dan een laterale beweging

a Voor positie bij laterale beweging gebruikt men algemeen x. laten we dit n ℓ noemen, dit zou dus een afstand zijn over de omtrek, maar men kan deze

O afstand ook uitdrukken m.b.v. de hoek: $\theta = \ell/R$.

Bij ERB ~~kebr~~ hebben we met deze afstand de snelheid kunnen definiëren, met $v_0 = \frac{x_0}{t}$.

We kunnen dit nu ook met hoeken en definiëren de hoeksnelheid $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
→ lineaire snelheid

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dl}{dt} = \frac{v}{R} \quad ⇝ \quad v = \omega R.$$

Voor versnelling zal hetzelfde gelden: $a = \alpha R$.

Voor draaibeweging definiëren we het krachtmoment $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
wat gelijkaardig is aan kracht bij ERB.

b In een draaiend object (rond naar as) heeft elk punt een andere snelheid en versnelling a, afhankelijk van R (afstand tot middelpunt) daarom moeten deze omgezet worden in hoeksnelheid en hoekversnelling. deze grootheden gelden voor elk punt in een draaiend object.

V Geef de afleiding voor de kinetische energie, en de arbeid van een rotatiebeweging

O $K = \frac{1}{2}mv^2 \rightsquigarrow K = \Sigma(\frac{1}{2}m_i v_i^2) = \Sigma(\frac{1}{2}m_i R_i^2)\omega^2 = \frac{1}{2}\Sigma(m_i R_i^2)\omega^2$

$\boxed{K = \frac{1}{2}I\omega^2}$ met I het traagheidsmoment: $I = \Sigma(m_i R_i^2)$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int F_\perp R\, d\theta \Rightarrow W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau\, d\theta$

2015-2016

22 juni voormiddag

V2 Bespreek en geef de universele gravitatiewet, bespreek de gelijkenissen tussen de gravitatiewet op aarde en ~~in~~ de ruimte tussen hemellichamen.

O elk deeltje in het heelal trekt elk ander deeltje aan met een kracht die recht evenredig is met het product van hun massa's en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de onderlinge afstand.

$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ met G universele gravitatieconstante.

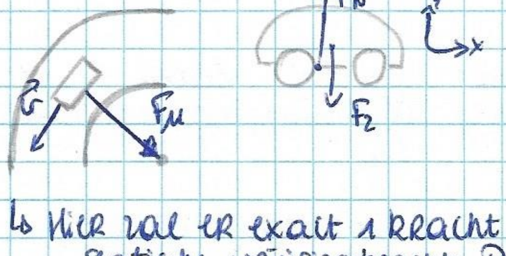
gravitatie zal enkel een aantrekkende kracht tussen 2 lichamen veroorzaken, terwijl dit bij ladingen kan variëren.

Waarom zorgt de gravitatiewet ervoor dat satellieten in hun baan rond de aarde blijven?

O De ~~kracht~~ Fg zal ervoor zorgen dat de satelliet wordt aangetrokken door de aarde (en omgekeerd). Deze kracht zal zorgen voor een cirkelbeweging vd satelliet rond de aarde. De satelliet zal zogezegd heel de tijd vallen.

Namiddag

V Gegeven een auto met massa m. De auto neemt een scherpe bocht met straal r met een snelheid v. Geef alle krachten die inwerken op de auto. Wanneer vliegt de auto uit de bocht.

O 

Op de y-as zullen er twee krachten zijn die inwerken ⇒ zwaartekracht & Normaalkracht. Aangezien de auto op die as niet stijgt of daalt zullen deze gelijk zijn.

↳ Hier zal er exact 1 kracht inwerken voor de verandering in snelheid: de statische wrijvingskracht. Deze komt door de statische wrijving tussen de banden en de weg. Dit zal dus een centripetale ~~kracht~~ beweging maken.

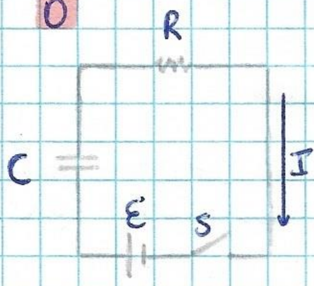
Het zal mislopen wanneer de statische Fw dynamische Fw wordt

2014-2015

23 juni voormiddag

Vr: Leg alles van de RC-kring uit. Het proces van het opladen en ontladen, een kring tekenen, de energiebalans bespreken, alle onderdelen in de kring benoemen en uitleggen wat ze doen, grafieken van de lading en de stroom i.f.v de tijd tekenen afleiden.

O



RC-kring: een kring met weerstanden en condensatoren.

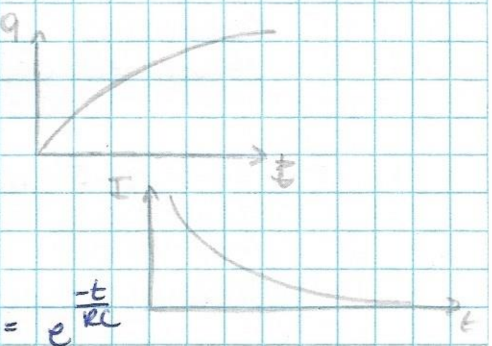
Men kan de eerste wet van Kirchhoff toepassen: $\mathcal{E} - \frac{Q}{C} - IR = 0$

⇝ q en I gaan variëren met de tijd.

$t=0$: $\mathcal{E} - IR_0 = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ → nog geen lading op condensator

$t=\infty$: $\mathcal{E} - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow Q = C\mathcal{E}$ → C volledig opgeladen → geen stroom meer

Bij het opladen v.e condensator $t\ 0 \rightsquigarrow \infty$, $Q\ 0 \rightsquigarrow q$, $I\ I \rightsquigarrow 0$



We weten dat $\boxed{\mathcal{E} - \frac{Q}{C} - IR = 0}$ en $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{Q}{RC}$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} = \frac{C\mathcal{E} - q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\,dt$$

$$\Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = \int_0^t -\frac{1}{RC}\,dt \rightarrow \ln\left(1 - \frac{q}{C\mathcal{E}}\right) = \frac{-t}{RC} \Rightarrow 1 - \frac{q}{C\mathcal{E}} = e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\rightsquigarrow \boxed{q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) = Q\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)}$$

Bij het ontladen van een condensator: geen batterij meer

We weten dat $-\frac{Q}{C} - IR = 0$ en $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow -R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\,dt$

Integreer van 0 (Q) tot t (q)

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{1}{RC}\,dt \rightarrow \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = \frac{-t}{RC} \Rightarrow \boxed{q = Q e^{\frac{-t}{RC}}}$$

Voor de stroom geldt dan $I_0 = \frac{dq}{dt} = \int_0^t Q e^{\frac{-t}{RC}}\,dt = \boxed{\frac{-Q}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} = -I_0 e^{\frac{-t}{RC}}}$

De totale energie geleverd door de batterij bij het opladen.

$$\Delta V = \frac{U}{q} \quad \int_0^{U_{emf}} dU = \int_0^Q \mathcal{E}\,dq = \mathcal{E}\int_0^Q dq \quad \boxed{U_{emf} = Q\mathcal{E} = \mathcal{E}^2 C}$$

→ energie geleverd door emf is verdeeld over R en C: $U_{emf} = U_R + U_C$

Bij het ontladen

$$\int_0^{U_R} dU = \int_0^\infty P\,dt = \int_0^\infty I^2 R\,dt = \frac{Q^2 R}{R^2C^2}\int_0^\infty e^{\frac{-2t}{RC}}\,dt = \frac{Q^2}{RC^2}\,\frac{RC}{2} = \frac{Q^2}{2C} \rightsquigarrow U_R = \frac{Q^2}{2C}$$

Energie oorspronkelijk aanwezig in condensator werd omgezet in warmte door de weerstand.

Namiddag

Vr Geef 3 wetten van Newton met voorbeeld. Welke gevolgen hebben deze, gelden deze altijd? Leidt hieruit de impuls af en bespreek concrete betekenis.

O **1e wet: inertie**

Een lichaam in rust (of ERB) zal in rust (of ERB) blijven tenzij er een uitwendige resulterende kracht inwerkt

$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0$ ⇝ grootte EN richting blijven constant

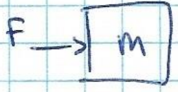
Voorbeeld: je staat op in een bus en de bus remt zeer plots. Dit komt omdat je de snelheid die de bus aanhield wilt behouden en dus naar voren zal vallen.

2e wet: versnelling

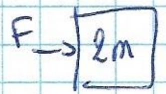
Vaststelling: grotere kracht op eenzelfde voorwerp zorgt voor grotere $\vec{a} \sim F$
2e wet: een grotere massa zal bij eenzelfde kracht een kleinere versnelling teweegbrengen: $a \sim \frac{1}{m}$

$\Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$ richting a = F en grootte gelijk op constante na.

Voorbeeld twee blokken (m en 2m) in rust.



De blokjes zullen door een kracht F geduwd worden en in de richting van de kracht bewegen.



Als we beiden met dezelfde kracht voortduwen, zal het voor 2m 2x ~~trager~~ trager versnellen dan m.

3e wet: actie reactie

Bij wisselwerking tussen 2 lichamen is de kracht $\vec{F}_{21}$ van lichaam 1 op lichaam 2 even groot maar tegengesteld aan de kracht $\vec{F}_{12}$ van lichaam 2 op lichaam 1.

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ → deze komen altijd in paren voor

Bijvoorbeeld: wij worden met een kracht F_g aangetrokken door de aarde en de aarde wordt met dezelfde kracht door ons aangetrokken. Het ding is dat de aarde een veel grotere massa heeft waardoor de versnelling veel kleiner zal zijn tov ons.

Impuls is een hoeveelheid beweging:

$$F_{12} + F_{21} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d(p_1 + p_2)}{dt} = 0 \Rightarrow$$

→ De totale impuls zal dus constant blijven. $p = p_1 + p_2$ = constante voor geïsoleerd systeem.

Vr Geef alles van condensatoren (capaciteit (bij parallele platen), maximale hoeveelheid energie dat op condensator past, teken de veldlijnen, beschrijf diëlektricum).

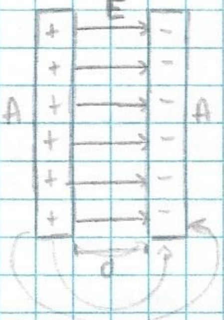
O Een condensator zijn 2 tegengestelde geleiders die niet rechtstreeks met elkaar verbonden zijn. met gelijke tegengestelde lading Q (indien geladen)
→ Het is een instrument om lading en energie op te slaan.

De capaciteit van een condensator is de verhouding tussen de absolute waarde v/d elektrische lading (Q) op een van de geleiders en het potentiaalverschil tussen de twee geleiders.

→ $C = \frac{Q}{V}$ eenheid $F = \frac{C}{V}$

Deze capaciteit is een constante en zal enkel wijzigen wanneer de fysische eigenschappen ervan.

Voor parallele platen kan men intuïtief inschatten dat wanneer A↑, ook C↑ en dat er meer lading zal zijn bij kleinere d.



- elektrisch veld: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$
- spanning: $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\, d\vec{l} = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$
- capaciteit: $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\varepsilon_0 A}$ => $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$

diëlektricum
↑
geometrie

Energie opgeslagen in condensator: $dW = \Delta V dq = \frac{Q}{C} dq$

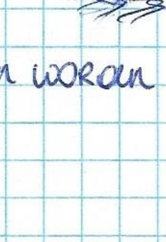
$$\int_0^Q \Delta V dq = \int_0^Q \frac{Q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^Q Q dq = \frac{Q^2}{2C} \rightsquigarrow U = \frac{Q^2}{2C}$$

→ voor parallele platen: $U = \frac{(\Delta V)^2 C}{2} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 A}{d} E^2 d^2 = \frac{\varepsilon A d E^2}{2}$

Een diëlektricum is een isolator dat tussen de geleiders geplaatst kan worden voor een verhoogde capaciteit met K = diëlektrische constante.
↳ Het zorgt voor afname in ΔV
→ in geval van constante ΔV, neemt lading toe

→ Het diëlektricum zwakt het elektrisch veld af van een ladingsverdeling.

Moleculaire beschrijving. Het diëlektricum bestaat uit polaire molecules die willekeurig georiënteerd staan. Deze dipolen zullen zich met de platen dan uitlijnen.



Deze dipolen zullen een elektrisch veld induceren dat tegengesteld is aan hetgeen van de platen.

→ $E_D = E_0 - E_{in} = \frac{E_0}{K}$ → $E_{ind} = E_0\left(1 - \frac{1}{K}\right)$

$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $E_{ind} = \frac{\sigma_{ind}}{\varepsilon_0}$ $\vec{p}$ ⇝

V3 Als een voorwerp naar beneden valt, is dit aan een constante v? Leid af en bewijs formule.

Zal versnellen door zwaartekracht => $F_a = \frac{GmM_a}{(R_a+h)^2} \approx \frac{GmM_a}{R_a}$

met $F_g = mg$

g de gravitatieversnelling => $g = G\frac{M_a}{R_a} = 9{,}81\,m/s$ (hangt af van hoogte)

Namiddag

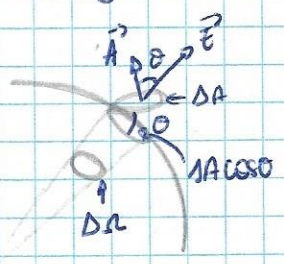
V1 Wat is flux, geef de definitie en leid hieruit de wet van Gauss af.

De elektrische flux is het aantal veldlijnen (v/e elektrisch veld) dat door een oppervlak gaat:

$\Phi_E = EA$. Als dit niet loodrecht staat op het vlak: $E \cdot A$.

=> over onregelmatig oppervlak? => integreren $\Phi_E = \int E\,dA$.

Bewijs wet van Gauss



We kennen de hoek θ, die uitgedrukt wordt in radialen, $\theta = \frac{\ell}{R}$. We definiëren nu analoog de ruimtehoek $\Delta\Omega = \frac{\Delta A}{R}$ -> steradialen.

Voor een volledige bol, maar ook voor elk ander gesloten oppervlak, zal de ruimtehoek 4π bedragen. Immers opp van een bol is $4\pi r^2$ dus $\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$.

We beschouwen nu puntlading waarrond oppervlak ligt. De totale elektrische flux kunnen we dan bekomen door $\Phi_E = E \cdot dA$ te evalueren voor elk stukje oppervlak ΔA en dan te sommeren. De flux door 1 stukje is gelijk aan

$\Delta\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = (E\cos\theta)\Delta A = k_e q \frac{\Delta A \cos\theta}{r^2}$ waarbij r de afstand is van ΔA tot q

θ is de hoek tussen $\vec{E}$ en $\Delta\vec{A}$, en $E = k_e\frac{q}{r^2}$ voor puntlading.

Om nu totale flux te bekomen sommeren we over alle ΔA. Hierbij weten we dat

$\Delta\Omega = \frac{\Delta A\cos\theta}{r^2}$. Omdat ruimtehoek van gesloten oppervlak altijd gelijk is aan 4π geldt

$$\Phi_E = k_e q \oint \frac{dA\cos\theta}{r^2} = k_e q \int d\Omega = k_e q\, 4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Fuck C1

C2 Kinematics in one dimension

- **Mechanics** = Study of motion of object and the related concept such as force and energy
  - ↳ ① : Kinematics - How do objects move
  - ② : Dynamics = Why objects move as they do

A Reference frames & displacement

! Any measurment of speed, distance or position must be made withe respect to a reference frame (p is for exampel)

- To decide the position of an object, we use a coordinate system

- Distance travelled ≠ displacement = the change of position of an object

- A dispacement has a magnitude and direction => VECTOR

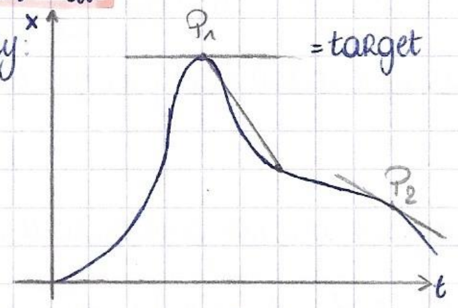
Displacement: $\boxed{\Delta x = x_f - x_i}$

B Average Velocity & Instantaneous Velocity

- Average speed: $\frac{\text{distance travelled}}{\text{time elapsed}}$ in m/s → always positive
- Average Velocity: $\frac{\text{displacement}}{\text{time elapsed}} = \boxed{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \bar{v}$ in m/s → signifier magnitude & direction
- Instantaneous Velocity = the average velocity over an infinitisemal short time interval

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$ in m/s

Analitically:



= target v = slope of the target to the x(t)-wave

C Average acceleration & Instantaneous acceleration

- Average acceleration = $\frac{\text{change in velocity}}{\text{time elapsed}}$ ⟺ $\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$ in m/s²

- Instantaneous acceleration = $\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}$ in m/s²

D Motion at constant acceleration

$$\boxed{\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ x &= x_0 + v_0 t + a\frac{t^2}{2} \\ v^2 &= v_0^2 + 2a\Delta x \\ \bar{v} &= 2\,(v + v_0) \end{aligned}}$$

F Variable acceleration

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\,dt$$

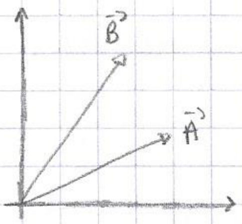
$$v - v_0 = at$$

E Free falling object

! At a given location on earth and in the absence of air resistance, all objects fall withe the same constant acceleration $g = 9.81\ m/s^2$

C3 Kinematics and vectors

A Vectors and scalars

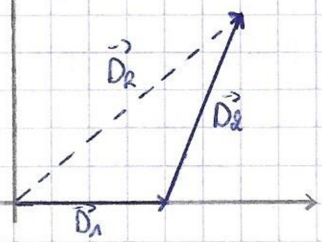


- Vector: a quantity with a direction and magnitude
- Scalar: numbers only defined by their units

B Vector arithmetics

- Graphical:

$$\boxed{\vec{D}_R = \vec{D}_1 + \vec{D}_2}$$

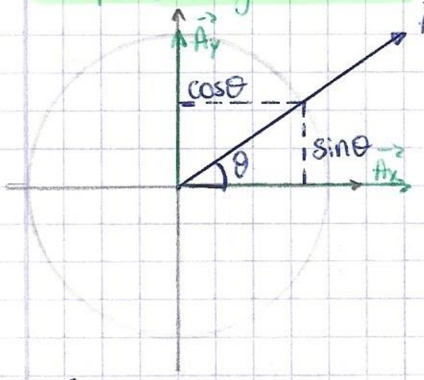


Commutative: $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{V}_1$

Associative: $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) + \vec{V}_3 = \vec{V}_1 + (\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$

$\vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$

C Components of a vector



If $\vec{A}$ has magnitude $|\vec{A}| = A$, then it has component A_x and A_y defined as follows

- $\begin{cases} A_x = A\cos\theta \\ A_y = A\sin\theta \end{cases}$
- $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$
- $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

- Same rule for components of a vector apply as for a vector in general.

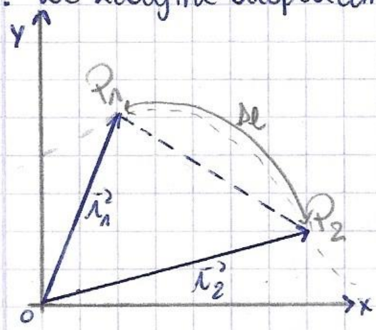
D Unit vectors

A unit vector exists in every dimension and has a magnitude of 1

- Each vector can be written as: $\boxed{\vec{v} = V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}}$

E Vector kinematics

- We redefine displacement as a displacement vector $\Delta\vec{r}$



$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1}$$

Or: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad \text{and} & \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \\ \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{and} & \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \end{array}}$$

Always split vector into components, then apply kinematic rules for one dimension.

F Projectile motion

<u>always</u> parabolic (without other forces than gravity)

C4 Newton's law of motion

A Force

- We experience force as some kind of push or pull
- A force is a vector, it thus has a magnitude and direction.

B Newton's first law of motion

law of inertia — Every object continues in its state of rest or of uniform velocity in a straight line, as long as no net force acts on it
↳ only valid in inertial reference frames

C Mass

mass = the measure of inertia of an object

! mass ≠ weight : mass is the property of an object
weight is a force (the pull of gravity on that object)

D Newton's second law of motion

acceleration — The acceleration of an object is directly proportional to the net force acting on it, and is inversely proportional to the object's mass. The direction of the acceleration is in the direction of the net force acting on the object.

$$\vec{a} \overset{!!}{=} \frac{\sum \vec{F}}{m} \Leftrightarrow \boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

↳ Force is an action capable of accelerating an object

- $\vec{f} = f_x\hat{i} + f_y\hat{j} + f_z\hat{k} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \ \sum F_y = ma_y, \ \sum F_z = ma_z$
- Force is expressed in Newton (N) $(1N = 1kg \cdot 1s^2)$

E Newton's third law of motion

Action-Reaction — Whenever one object exerts a force on a second object, the second exerts an equal force in the opposite direction on the first

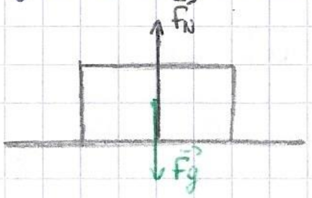
$$\boxed{\Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

F Weight, force of gravity and normal force

Acceleration on earth $\Rightarrow \vec{g} = 9.81\, m/s^2$

Gravitational force $\boxed{\vec{F_g} \overset{N2}{=} m\vec{g}}$ (mg = weight)

If a box is on the table, the box experiences gravitational force into the table.



Newton's third law then says that the table must "push" back. This is the normal force:

$$\boxed{F_N = -m\vec{g}}$$

C5 Friction, circular motion and drag forces

A Newton's laws involving friction

2 types of friction: kinetic friction & static friction.
they are both proportional to the normal force $\vec{F_N}$

- Kinetic friction = used when an object is in motion

↳ $\boxed{\vec{F_k} = \mu_k \cdot \vec{F_N}}$ with μ_k the coefficient of kinetic friction

- Static friction = used when an object is not yet moving

↳ $\boxed{\vec{F_s} = \mu_s \cdot \vec{F_N}}$ with μ_s the coefficient of static friction

B Uniform circular motion - Kinematics

An object that moves in a circle at constant speed experiences uniform circular motion
The magnitude of the velocity stays the same but the direction changes constantly
acceleration

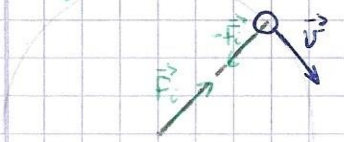
- Derivation of formulas = LATEX DOC

$\boxed{a_R = \frac{v^2}{r}}$ (centripetal (radial) acceleration)

- Frequency f is the number of revolutions per second
- Period T is the time for the object to make 1 revolution

$$\boxed{\begin{array}{l} T = 1/f \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{array}} \longrightarrow a = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{2\pi r^2}{r T^2} = \frac{2\pi r}{T^2}$$

C Uniform circular motion - dynamics

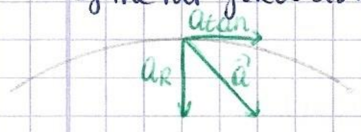


! There is no "centrifugal" or "outward" force acting on an object in uniform circular motion

Newton ②: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ⇝ $\boxed{\Sigma \vec{F} = \frac{m\vec{v}^2}{r}}$

D Non-uniform circular motion

Constant uniform circular motion occurs if the net force that acts on the object is exerted towards the center.
If the net force is not, we can divide acceleration into components:



where a_{tan} is the tangential acceleration and a_r the radial acceleration.

$$\boxed{\begin{array}{l} \Downarrow \\ \vec{F_{net}} = \vec{F_r} + \vec{F_{tan}} \\ \Downarrow \\ \vec{a} = \vec{a_r} + \vec{a_{tan}} \\ \Downarrow \\ |\vec{a}| = a = \sqrt{a_r^2 + a_{tan}^2} \end{array}}$$

E Drag and terminal velocity

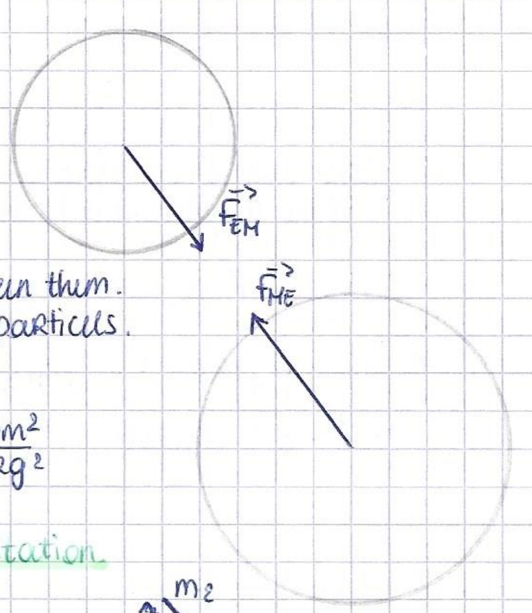
- Drag force: $\boxed{F_D = -bv}$

Drag force opposes motion, therefore a minus sign.

- Terminal velocity: $\boxed{v_T = \frac{mg}{b}}$

C6 Gravitation & Newton's synthesis

A Newton's law of universal gravitation



law of universal gravitation. Every particle in the universe attracts every other particle with a force that is proportional to the product of their masses and inversely proportional to the square of the distance between them. This force acts along the line joining the two particles.

⇓

$$\boxed{F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2} G}$$

where $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

B Vector form of Newton's law of universal gravitation

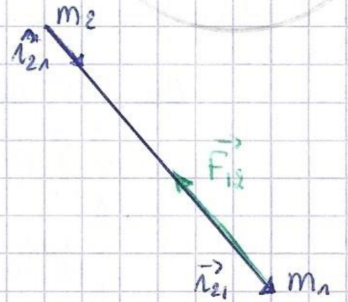
$$\boxed{\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \hat{r}}$$

force on 1 by 2

- $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow G \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$

$= -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$



Superposition $\boxed{\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots = \sum_{i=2}^{n} \vec{F}_{1i}}$

C Geophysical applications

$\sum F = ma \Rightarrow F_g = mg \Rightarrow \boxed{g = \frac{F_g}{m} = \frac{G m m_E}{r_E^2 m} = G \frac{m_E}{r_E^2}}$

D Satellites and weightlessness

D.1 Satellite Motion

If $r = r_E + h$: $\boxed{G \frac{\cancel{m} m_E}{r^2} = \cancel{m} \frac{v^2}{r}}$ => mass of satellite doesn't matter.

D.2 Weightlessness

↳ dit is een effect dat men krijgt bij vallen
zie boek p. 148

E Gravitational field

- Gravitational field = the gravitational force per unit mass at any point in space

To measure the field, drop a small test mass at a point and measure the exerted force then

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \frac{1}{m} = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow |\vec{g}| = G \frac{M}{r^2}$$

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r}.$$

C7 Work and Energy

A Work Done by a constant force

Work done on an object by a constant force is defined to be the product of the magnitude of the displacement times the component of the force parallel to the displacement.

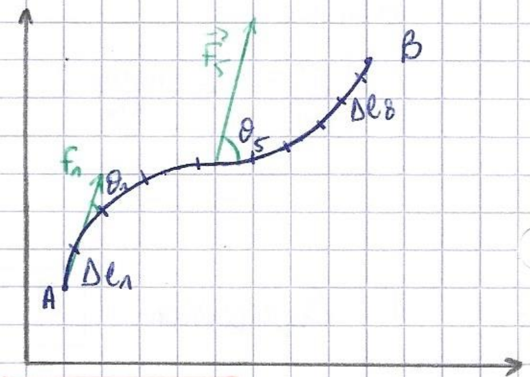
$$\boxed{W = F \cdot d \cos\theta}$$ in Joule ($1J = Nm$)

B Scalar product of two vectors

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$ $\qquad \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ and $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

C Work done by a varying force



$$\Delta W = F_i \, \Delta l_i \cos\theta_i$$
$$\Downarrow$$
$$W \approx \sum_{i=1}^{n} F_i \, \Delta l_i \cos\theta_i$$
$$\Downarrow$$
$$W \approx \lim_{\Delta l_i \to 0} \sum F_i \cos\theta_i \, \Delta l_i$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{W = \int_a^b F \cos\theta \, dl}$$

or equivalent: $\boxed{W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l}}$

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$
$$\Downarrow$$
$$W = \int_{x_a}^{x_b} F_x \, dx + \int_{y_a}^{y_b} F_y \, dy + \int_{z_a}^{z_b} F_z \, dz$$

. Springs Hooke's law p170

$$\boxed{\begin{aligned} W_{pull} &= \tfrac{1}{2} k x^2 \\ W_{push} &= -\tfrac{1}{2} k x^2 \end{aligned}}$$

D Kinetic energy and the work-energy principle

! Energy = the ability to do work (for now)

The energy of motion: Kinetic energy.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$
$$\Downarrow$$
$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}$$

$$W_{net} = F_{net} \Delta x = ma\Delta x = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}\right)\Delta x$$

$\boxed{W_{net} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2}$ where $\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$ is the translational kinetic energy.

$$\Downarrow$$
$$W_{net} = K_2 - K_1$$
$$= \Delta K \Rightarrow \text{work-energy principle}$$

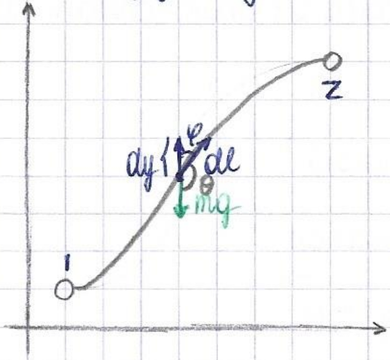
The principle: The net work done on an object is equal to the change in the object's kinetic energy.

C8 Conservation of energy

A Conservative & Non-conservative forces

conservative force A conservative force if the work done by the force on an object moving from one point to another depends only on the initial and final positions of the object, and is independent of the particular path taken

- Force of gravity is conservative: $W_g = \int_1^2 \vec{F_y} \cdot d\vec{l}$



$$= \int_1^2 mg \cos\theta \, d\vec{l}$$

⇓

Als $\varphi = 180° - \theta \Rightarrow \cos\theta = -\cos\varphi$
en $dy = dl \cos\varphi$

⇓

$$W_g = -\int_{y_1}^{y_2} mg \, dy$$
$$= -mg(y_2 - y_1)$$
$$= -mgh$$

A force is conservative if the net work done by the force on an object moving around any closed path is zero.

B Potential Energy

= energy associated with forces that depend on the position or configuration of object relative to their surroundings.

Various types exist: gravitational, elektric, etc

B.1 Gravitational Potential energy

If $W_g = \vec{F_g} \cdot \vec{d} = -mgh$, thus to move an object without acceleration, you need to perform work: $W_{net} = -\vec{F_y} \cdot \vec{d} = mgh$

Once at height h, an object has the ability to do work equal to the amount mgh.

Change in potential energy is meaningfull (noted as U)

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = W_{Ext} = -W_g = -mg(y_2 - y_1)}$$

B.2. Potential energy in general

$$\Delta U = -W_g = -\int_1^2 \vec{F_g} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \boxed{\Delta U = -W}$$

B3 Elastic potential energy

$$F_s = -kx \Rightarrow \Delta U = U(x) - U(b) = -\int_1^2 \vec{F_s} \, d\vec{l} = -\int_0^x (-kx) \, dx \Rightarrow \boxed{\Delta U = \frac{1}{2} kx^2}$$

B.4 Potential energy related to force

$$U(x) = -\int F(x) \, dx + C \Rightarrow \frac{d}{dx} \int F(x) \, dx = F(x) \Rightarrow \boxed{F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}}$$

B 5 Potential energy in three dimensions

If $\boxed{F_x = -\frac{dU}{dx}, F_y = -\frac{dU}{dy}, F_z = -\frac{dU}{dz}}$ then $\vec{F}(x,y,z) = -\nabla(\vec{U})$

C Mechanical energy and it's conservation

Let ΔK be the change in kinetic energy, ΔU the total potential energy

Thus the total mechanical energy : $\boxed{\Delta K + \Delta U = 0}$ or $E_1 = E_2$

Mechanical energy is conserved. It is a conserved quantity.

Conservation of mechanical energy: If only conservative forces are doing work, the total mechanical energy of a system neither increases or decreases in any process. It stays constant. It is conserved.

D The law of conservation of energy

- What about non-conservative forces (e.g. friction)? They are called Dissipative forces.

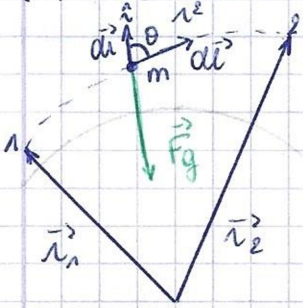
$\Downarrow$ We change the equation.

$\Delta K + \Delta U +$ (change in all other forms of energy) $= 0$

Law of conservation of energy: The total energy is neither increased nor decreased in any process. Energy can be transformed from one form to another, and transferred from on object to another but the total amount remains constant.

E Gravitational potential energy and escape velocity

- $F = -G\frac{mM_E}{r^2}\hat{r}$ and $W = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{l}$



$\Downarrow$

$W = -GmM_E\int_1^2 \frac{\hat{r}\cdot d\vec{l}}{r^2}$

$dr = \hat{r}\cdot d\vec{l}$

$\Downarrow$

$W = -GmM_E\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} \iff \boxed{W = GmM_E\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)}$

$\Delta U = U_2 - U_1 = -\frac{GmM_E}{r_2} + \frac{GmM_E}{r_1} \iff \boxed{U(r) = -\frac{GmM_E}{r}}$

escape velocity : $v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{r_E}} = 1{,}12\cdot 10^4$ m/s

F Power

- Power = the rate at which work is done

$\Downarrow$

$\vec{P} = \frac{W}{t} \iff P = \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F}\cdot v$

Expressed in J/s or Watt ($1W = 1J/s$)

C9 linear momentum

A Momentum and it's relation to force

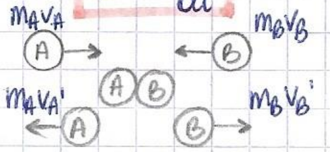
- The linear momentum of an object is defined as the product of its mass and velocity

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \quad (\text{in } kg \tfrac{m}{s})$$

We can transform Newton's second law: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\Downarrow$$
$$= m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{\sum F = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

B Conservation of momentum



- Momentum before = Momentum after
  $m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$

- This observation derived from Newton's 2nd law

$$\vec{F}_{A\to B} = \frac{d\vec{p}_B}{dt} \quad \text{and} \quad -\vec{F}_{B\to A} = \frac{d\vec{p}_A}{dt}$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{F}_{A\to B} + \vec{F}_{B\to A} = 0 = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt}$$
derivative rules
$$\Downarrow$$
$$\boxed{\vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{constant}}$$

If $\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + \dots + m_N\vec{v}_N = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$

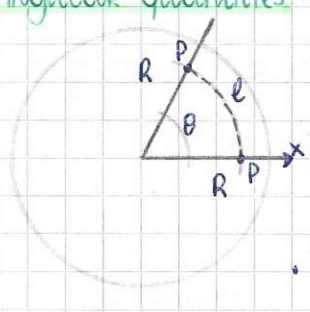
Then $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum \vec{F}_i$
$\Downarrow$
Internal forces will out due to Newton's 3th law $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{EXT}}$

When the net force on a system of objects is zero, the momentum stays constant

conservation of linear momentum: The total momentum of an isolated system (no external forces) of objects remains constant

C10 Rotational Motion. → We will only consider rigid objects.

A Angular quantities



For rotational motion, we consider points to move in circles around an axis of rotation.

- Angles are now measured in radiants (the angle subtended by an arc whose length is equal to the radius. $l = R$)

- In general: $\boxed{\theta = l/R}$ in rad $\Rightarrow$ $\boxed{l = R\theta}$

- $l = 2\pi R$ (omtrek) $\Rightarrow$ $\theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$ rad $\Rightarrow$ $360° = 2\pi$ rad.

Angular displacement $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$\Downarrow$

(Angular) Velocity : $\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$ (avg) OR $\boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt}}$

$\Downarrow$

(Angular) Acceleration : $\boxed{\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$ (avg) OR $\boxed{\alpha = \frac{d\omega}{dt}}$

We can also relate linear quantities of velocity and acceleration

$$\boxed{\begin{aligned} &* \; v = \frac{dl}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \\ &* \; a_{tan} = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha \\ &* \; a_{rad} = \frac{v^2}{r} = \frac{(R\omega)^2}{R} = R\omega^2 \end{aligned}}$$

. Frequency of rotation

=> $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} \iff \omega = 2\pi f}$

Time for one revolution

period : $\boxed{T = \frac{1}{f}}$

B Vector nature of angular quantities

Both $\vec{\omega}$ and $\vec{\alpha}$ can be treated as vectors, but what is the direction?

=> Right-hand rule $\vec{\omega}$ and $\vec{\alpha}$ are pseudovectors.

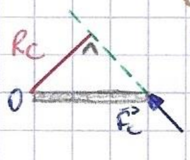
C Constant angular acceleration

Angular	linear
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}a t^2$
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$
$\bar{\omega} = \frac{\omega + \omega_0}{2}$	$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}$

D Torque

To make an object start rotating => Force required

This force is proportional to the perpendicular distance from the axis of rotation to the line along which the force acts. This is the moment/lever arm



Rc is the lever arm.

The acceleration is thus proportional to the product of the lever arm and the form = torque $\alpha \propto \tau$

And torque can be defined as $\boxed{\begin{aligned}\tau &= RF\sin\theta \\ &= \vec{R} \times \vec{F}\end{aligned}}$

E Rotational Kinetic energy

$K = \Sigma(\frac{1}{2}m_i v_i^2) = \Sigma(\frac{1}{2}m_i R_i^2\omega^2) = \frac{1}{2}\Sigma(m_i R_i^2)\omega^2$ moment of inertia => $I = \Sigma m_i R_i^2$

=> $\boxed{K = \frac{1}{2}I\omega^2}$ in Joule

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int F_\perp R \, d\theta$

$\Rightarrow \boxed{W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta}$ $\rightsquigarrow$ $\boxed{P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \omega}$

. $\tau = I\alpha = I \omega \frac{d\omega}{dt}$ and $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau \, d\theta$

$= \int_{\theta_1}^{\theta_2} I\omega \, d\omega$

$\Rightarrow \boxed{W = \Delta K}$

C23 Electric potential

A Electric potential energy & Potential difference

. Elektrostatic force ($F = k_e \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$) is conservative

↳ We can define potential energy U for the elektrostatic force

. Chapter ⑧ : $\Delta U = -W$

⇓

point charge q in elektric field $\vec{F} = \vec{E} q$ over a distance d

⇓

$\boxed{\Delta U = -(qEd) = -qEd}$ (uniform $\vec{E}$)

⇓

. In general: $\boxed{\Delta U = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (= U_B - U_A)}$

. Elektric field = force per unit charge

↳ (Elektric) potential = elektric potential energy per unit charge

↳ $V_A = \frac{U_A}{q}$

Only the difference in (elektric) potential energy is useful:

$\boxed{\Delta V = V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q} = -\frac{W_{BA}}{q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}}$ → measured in Volt $\Rightarrow 1V = 1 J/C$

B Relation between Potential and electric field

If $\vec{E}$ is uniform, thus $\Delta V_{BA} = -Ed$

C Electric potential due to a point charge

→ $E = k_e \frac{Q}{r^2}$

⇓

$\Delta V = V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{l} = k\left(\frac{Q}{r_B} - \frac{Q}{r_A}\right)$

⇓ choose $r_B = \infty$

$\boxed{V_A = k_e \frac{Q}{r_A}}$

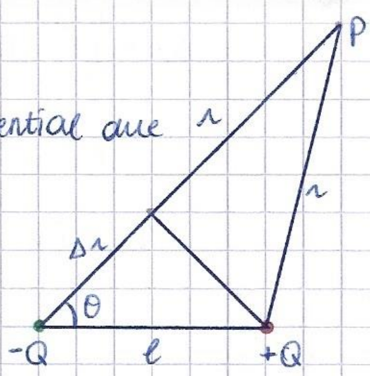
D Equipotential surfaces

. Equipotential surface : surface at which each point has the same potential and no work is required to move a charge

↳ Always ⊥ on $\vec{E}$

$\Rightarrow \vec{E}$ Always points towards lower values of V

E Electric dipole Potential



The electric potential at P is the sum of the electric potential due to each charge (take $V=0$ at $r=\infty$)

$\Rightarrow \quad V = k_e \frac{Q}{r} + k_e \frac{-Q}{(\Delta r + r)}$

$\Rightarrow \quad = k_e Q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\Delta r}\right)$

$\Rightarrow \quad = k_e Q \frac{\Delta r}{r(r+\Delta r)}$

If now $r \gg l$, thus $\cos\theta = \frac{\Delta r}{l} \Leftrightarrow \Delta r = l\cos\theta$. If also $r \gg \Delta r = l\cos\theta$, we can ignore Δr in the denominator.

$\Rightarrow V = k_e \frac{Ql\cos\theta}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = k_e \frac{\vec{p}\cos\theta}{r^2}}$ with $\vec{p} = Ql$, the dipolemoment

F $\vec{E}$ determined from V

- $V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} \Leftrightarrow dV = -\vec{E}\cdot d\vec{l}$

$$\Downarrow$$
$$E = \frac{dV}{dl}$$
$$\Downarrow$$
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{E} = -\nabla \vec{V}$$

C24 Capacitance and dielectrics

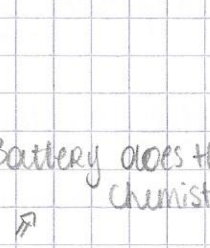
A Capacitors

Battery does this with chemistry

- A capacitor is a device that store electric charge
  ↳ —||— vs battery: —|⁻⁺|—
  -> Two plates with surface area A, separated by distance d
- Voltage across capacitor -> Plates become charged and

$\boxed{Q = CV}$ Where C is the capacitance in Farad

B Determination of capacitance



- complex geometry: analytical
- Example for parallel plate:

Electric field for parallel plates: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
where $\sigma = Q/A$

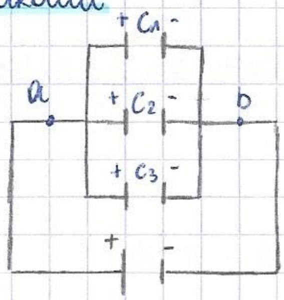
$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} \quad = -\int_A^B \frac{Q}{\varepsilon_0 A}\, dl \cos\theta \qquad (\theta = 180°)$

$= \frac{Q}{\varepsilon_0 A}\int_A^B dl \quad = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{C = \frac{Q}{\left(\frac{Qd}{\varepsilon_0 A}\right)} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$

C capacitors in series and parallel

- Electric circuit = a closed path of condensators

1) Parallel

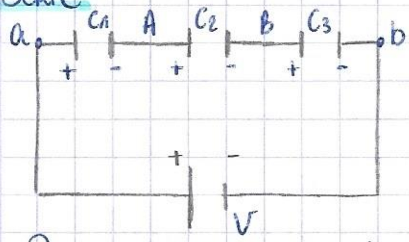


The voltage ΔV_{AB} exists across all capacitors

(right side all plates reach potential V_A, left side all plates reach potential V_B)

$$\boxed{Q = \sum_i Q_i = \sum_i C_i V = C_{eq} V}$$ with $C_{eq} = \sum_i C_i$

2) Serie



Positive charge flows to left plate of C_1 and negative charge to the right plate of C_3.
Regions A and B are neutral, so net charge $\neq 0$

Positive charge on left of C_1, plate attracts net charge on right plate C_1. Region A is neutral, so right plate C_2 holds equal but opposite charge. Analogue for Region B.

$\rightarrow Q = C_{eq} V$ and $V = \sum V_i$ $\rightarrow$ $$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}}$$

D Electric energy storage

A capacitor holds electric energy. The energy ≈ the work done to charge the capacitor.

Because of electric repulsion: the more charge added, the more work required.

Work needed for charge dq: $dW = V dq$ $\quad (V = \frac{q}{C})$

$$W = \int_0^Q V dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq$$

$$\Downarrow$$

$$U \approx \boxed{W = \frac{Q^2}{2C}}$$

For parallel plate: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow U = \frac{CV^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)(E^2 d^2) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 A d$

F dielectrics

- Insulating material between plates = diëlectric
  - ↳ d can be smaller
  - ↳ diëlektricum zal minder snel verslijten dan lucht
- Described by diëlectric constant K

$$\Rightarrow \boxed{C = K C_0}$$

C25 Electric currents & Resistance

A Electric current

- Purpose of battery : create a potential difference

A continuous conductivity path connected between the terminals of a battery is an electric circuit

- Any flow of charge is electric current

↳ $\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \text{OR} \quad I = \frac{dq}{dt}}$ in Ampère ($1 A = 1\ C/s$)

-> current only flows in a closed circuit

conventional "current" follows positive particles $+ \longrightarrow -$

B Ohm's law : Resistance & Resistors

- Resistance : Electrons flow is impeded.

$\boxed{I = \frac{V}{R} \iff V = IR}$ with resistance R in Ohm ($1\ \Omega = 1\ V/A$)

C Resistivity

$\boxed{R = \rho\, \ell / A}$

with
ρ the resistivity (Ω/m)
ℓ the length of the resistor
A the cross-sectional area.

conductivity $\boxed{\sigma = 1/\rho}$

Resistivity depends on temperature : $\rho = \rho_0 [1 + \underset{\downarrow}{\alpha} (\Delta T)]$

temperature coefficient of temperature

D Electric power

Power transformed by an electric device : Recall that the energy transformed through a potential difference is

$$dU = dq V$$

Let dt be time to move dq. Remember $P = \frac{dU}{dt} \Rightarrow \frac{dq\, V}{dt} \Rightarrow \boxed{P = IV}$

We can rewrite $\boxed{P = IV = I^2 R = V^2/R}$