

Examen Wiskunde I - 2010-2011
1ste bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie, Informatica,
Schakelprogramma toegepaste informatica

17 januari 2011 - 9u00 tot 13u00

Naam:
Jaar en richting:

- *Je mag gebruik maken van de cursus Wiskunde I en van een rekenmachine (een grafisch toestel is toegestaan, een symbolisch niet). Deze machines worden gereset bij het begin van het examen.*
- *Geef de antwoorden duidelijk leesbaar in goede Nederlandse zinnen. Schrijf je antwoorden op deze bladen (ook op de achterkanten) en vul eventueel aan met losse bladen. Vermeld je naam op elk blad!*

Succes!

Naam:

Vraag 1 (Op 2 punten)

- (a) Bewijs dat de functie $f(x) = |\sin x|$ niet afleidbaar is in $x_0 = 0$.
- (b) Voor een willekeurige afleidbare functie $z = f(x, y)$ en hoek θ zijn volgende uitspraken over richtingsafgeleiden steeds waar:

- ☐ $D_\theta f + D_{-\theta} f = 0$,
- ☐ $D_\theta f + D_\theta(-f) = 0$,
- ☐ $D_\theta f + D_{\theta+\pi} f = 0$,
- ☐ als $\theta_0 = 0$, dan is $D_{\theta_0} f = 0$.

(kruis aan wat altijd waar is; meerdere antwoorden mogelijk; uitleg is niet nodig)

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (Op 3 punten)

Zij ℓ een natuurlijk getal. Toon aan dat het volgende geldt voor elke $n \geq 1$ (je mag de formules uit Voorbeelden 1.5.2 en 1.5.3 gebruiken):

$$\sum_{i=1}^n \binom{i + \ell - 1}{\ell} = \binom{n + \ell}{\ell + 1}.$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (Op 5 punten)

Beschouw de functie

$$f(x) = \cos(x) \cdot \ln(x + 1).$$

We gaan de integraal

$$I = \int_0^1 f(x) dx,$$

die zeer moeilijk precies te bepalen is, benaderen op twee manieren.

- (a) Bepaal de Taylorveelterm $P_3(x)$ rond $x = 0$ van graad 3 van $f(x)$, en bereken daarmee

$$\int_0^1 P_3(x) dx$$

als benadering voor I .

- (b) Benader I met behulp van de trapeziumregel, waarbij je $[0, 1]$ opdeelt in vier gelijke stukken.
- (c) Toon aan dat $|f''(x)| \leq 4$ voor $0 \leq x \leq 1$ en bewijs daarmee dat de fout op je benadering met de trapeziumregel hoogstens $1/48 \approx 0.0208333$ is.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (Op 5 punten)

Een boer heeft een braakliggend stuk grond gekocht, waar hij een weide van wil maken. Door assen te tekenen op de grond kan hij zijn grond voorstellen als het gebied tussen de positieve X -as, de positieve Y -as en de grafiek van de functie $y = f(x)$ met

$$f(x) = \frac{-4x + 12}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

De assen zijn zodanig geschaald dat de punten $(0, 1)$ en $(1, 0)$ beiden op 100 meter van de oorsprong $(0, 0)$ liggen.

- (a) Geef een schets van de vorm van dit stuk grond.
- (b) Bij het zaaien gebruikt hij 300 kg zaad per hectare ($1 \text{ hectare} = 100 \times 100 \text{ meter}$). Hoeveel kg graszaad gaat hij gebruiken voor dit stuk land?
- (c) Bepaal een formule die geeft hoeveel meter omheining de boer voor deze weide moet bestellen.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (Op 5 punten)

Bekijk de functie

$$f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}.$$

- (a) Bereken de gradiënt ∇f .
- (b) Wat zijn de stationaire punten van f ?
- (c) Welk type stationair punt is elk van deze punten (lokaal maximum/
minimum, zadelpunt)?

Antwoord: