Examen Wiskunde I - 2010-2011
1ste bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie, Geografie, Geologie, Informatica, Schakelprogramma toegepaste informatica

31 januari 2011 - 14u00 tot 18u00

Naam:
Jaar en richting:

- *Het examen bestaat uit 5 vragen, waarvoor je* **vier uur** *tijd krijgt. De puntenverdeling staat aangegeven per vraag.*
- *Je mag gebruik maken van de cursus Wiskunde I en van een rekenmachine (een grafisch toestel is toegestaan, een symbolisch niet). Deze machines worden gereset bij het begin van het examen.*
- *Geef de antwoorden duidelijk leesbaar in goede Nederlandse zinnen. Schrijf je antwoorden op deze bladen (ook op de achterkanten) en vul eventueel aan met losse bladen. Vermeld je naam op elk blad!*

Succes!

Naam:

Vraag 1 (Op 2 punten)

1. Voor een willekeurige **strikt positieve** continue functie $f(t)$ op een interval $[a,b]$ zijn volgende uitspraken steeds waar:

   ☐ $\frac{d}{dx}\int_x^b f(t)dt \geq 0$ voor elke $x \in [a,b]$ met $x < b$,

   ☐ $\frac{d}{dx}\int_x^b f(t)dt \leq 0$ voor elke $x \in [a,b]$ met $x < b$,

   ☐ $\frac{d}{dx}\int_x^b f(t)dt > 0$ voor elke $x \in [a,b]$ met $x < b$,

   ☐ $\frac{d}{dx}\int_x^b f(t)dt < 0$ voor elke $x \in [a,b]$ met $x < b$,

   (kruis aan wat altijd waar is; meerdere antwoorden mogelijk; uitleg is niet nodig)

2. Zij $z = f(x,y)$ een afleidbare functie in twee veranderlijken, en stel dat (a,b) geen stationair punt is van f. Toon aan dat er dan een richtingsafgeleide $D_{\theta_0}f$ in het punt (a,b) bestaat die strikt positief is, en een richtingsafgeleide $D_{\theta_1}f$ in (a,b) die strikt negatief is.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (Op 3 punten)
Bewijs volgende gelijkheid voor elke $n \geq 1$:

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot (i!) = (n+1)! - 1.$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (Op 5 punten)

(a) Splits de rationale functie

$$f(x) = \frac{2}{2x^2 - 3x - 2}$$

in partieelbreuken.

(b) Bepaal de Taylorveelterm $P_3(x)$ rond $x = 0$ van graad 3 van $f(x)$.

(c) Bereken de integraal

$$A = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\frac{3}{2}\sin\theta + 2\cos\theta}\, d\theta.$$

Denk hierbij aan de substitutie $x = \tan(\theta/2)$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (Op 5 punten)
De kromme K wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$r = \frac{10}{\theta^3}, \qquad \text{met } \pi \leq \theta \leq 2\pi.$$

(a) Geef een schets van de kromme K.

(b) Bepaal een integraal die de lengte van K geeft.

(c) Bereken deze integraal. Je mag kiezen: ofwel doe je dit door de integraal effectief uit te rekenen; ofwel benader je de integraal met de trapeziumregel, maar dan mag je oplossing een fout van hoogstens 0.01 hebben én moet je bewijzen dat je oplossing deze nauwkeurigheid heeft.

(d) Bereken de oppervlakte begrensd door K en de stralen $\theta = \pi$ en $\theta = 2\pi$ (dus het stuk onder de X-as).

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (Op 5 punten)

(a) Zoek de stationaire punten van de functie $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2y$, en bepaal of ze lokaal minimum/maximum of zadelpunt zijn.

(b) Zoek de extrema van $f(x, y) = x + y$ als je weet dat x en y beperkt zijn tot de cirkel gegeven door $x^2 + y^2 = 2$. Duidt ook aan welke soort extrema het betreft (lokaal maximum of minimum).

Antwoord: