Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
maandag 12 januari 2015, 9:00–13:00

Auditorium G.00.01: 111 studenten Gr-Z

Auditorium G.00.06: 87 studenten A-Go

Lokaal 200B.01.07: 8 studenten met examenfaciliteiten

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 3 pt	(b) 7 pt	
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 6 pt	
Vraag 3:	(a) 6 pt	(b) 4 pt	
Vraag 4:	(a) 4 pt	(b) 6 pt	
Vraag 5:	(a) 4 pt	(b) 2 pt	(c) 4 pt

- Succes!

Naam:

Vraag 1 Deze vraag gaat over de formule

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k k^2 = (-1)^n \left(an^2 + bn + c\right)$$

(a) Vind a, b en c zodanig dat de formule klopt voor $n = 0$, $n = 1$ en $n = 2$.

(b) Neem de waarden $a = 1/2$, $b = 1/2$ en $c = 0$ en bewijs met volledige inductie dat de formule klopt voor elke $n \in \mathbb{N}$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (a) Gebruik de hoofdstelling van de integraalrekening om de afgeleide $F'(t)$ van de functie

$$F(t) = \int_1^{t^2} \frac{x-p}{x^2(x+2)}\,dx, \quad t > 0$$

te berekenen. Hierin is $p > 0$ een vast gekozen constante. Bepaal waar F stijgend en dalend is.

(b) Bereken $\lim_{t \to +\infty} F(t)$. Als dit niet lukt met algemene p, neem dan $p = 2$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Laat zien dat voor $0 \leq c \leq 1$ geldt

$$\int_0^1 |x^2 - c|\,dx = \frac{4}{3}c^{3/2} - c + \frac{1}{3}$$

en gebuik dit om het globale maximum en minimum van de functie

$$M(c) = \int_0^1 |x^2 - c|\,dx, \qquad c \in [0,1]$$

te berekenen.

(b) Bereken de derdegraads Taylorveelterm van $M(c)$ rond $c = 1$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (a) Geef de oplossing van

$$t\frac{dx}{dt} = x^2 + 1$$

die voldoet aan $x(1) = 1$

(b) Bereken de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 8\frac{dy}{dt} + 17y = 2e^{-3t}$$

met $y(0) = 2$ en $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 De temperatuur in een punt (x, y) van het vlak bedraagt

$$T(x, y) = 8x^2 - 4xy + y^2 - 8x$$

(a) Bepaal de stationaire punten van T en onderzoek voor elk van de stationaire punten of het een lokaal minimum een lokaal maximum of zadelpunt betreft.

(b) Bereken het raakvlak aan de grafiek van $z = T(x, y)$ in het punt $x = y = 1$, $z = -3$.

(c) Een pinguïn overleeft het best op de temperatuur $T = 0$ en waggelt daarom over de niveaukromme $T(x, y) = 0$. Wat is de hoogste en wat is de laagste x-waarde die de pinguïn kan bereiken?

[N.B: Je kunt dit probleem oplossen met de methode van Lagrange.]

Antwoord: