Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
maandag 11 januari 2016, 9:00–13:00

Auditorium 200G.00.01: Govaerts-Jacobs en Lenaers-Vanhoof (94 studenten)
Auditorium 200G.00.06: Aelbrechts-Gladiné (72 studenten)
Auditorium 200G.00.14: Verheyen-Wyndaele (17 studenten)
Auditorium 200G.00.59: Jansen-Lefever en Van Hooste-Vercammen (20 studenten)
Auditorium 200B.01.16: studenten met examenfaciliteiten, 8:00-13:20 (12 studenten)

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 2 pt	(c) 4 pt
Vraag 3:	(a) 4 pt	(b) 6 pt	
Vraag 4:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 5:	(a) 3 pt	(b) 3 pt	(c) 4 pt

- Succes!

Naam:

Vraag 1 (a) Bewijs met volledige inductie dat

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}_0$.

(b) Gebruik Taylorveeltermen rond $x = 0$ om de limiet

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x^2) - x^2}{\sqrt{1+x^4} - 1}$$

uit te rekenen.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (a) Laat zien dat

$$\int_0^1 |e^x - c| \, dx = e + 1 - 3c + 2c \ln c$$

voor elke $c \in [1, e]$.

(b) Bereken de integraal ook voor $c < 1$ en $c > e$.

(c) De mediaan van e^x over het interval $[0, 1]$ is de waarde van $c \in \mathbb{R}$ waarvoor de integraal uit (a) zo klein mogelijk is. Bereken deze mediaan.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 De kromme $\mathcal{K}$ wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$\mathcal{K}: \; r = 1 + 2\cos\theta, \qquad \theta \in [-\pi, \pi].$$

(a) Schets de kromme $\mathcal{K}$, samen met de cirkel $x^2 + y^2 = 1$. Bereken ook de snijpunten van deze twee krommen.

(b) Bereken de oppervlakte van het gebied dat binnen $\mathcal{K}$ en buiten $x^2 + y^2 = 1$ ligt.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (a) Vind de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$(1-t^2)\frac{dx}{dt} + t(x-a) = 0$$

waarin a een constante is.

(b) Geef de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$x'' + 4x' + 5x = 0$$

die voldoet aan $x(0) = 0$ en $x'(0) = -2$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 We beschouwen de functie

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 2$$

(a) Bereken alle stationaire punten van f.

(b) Bepaal voor elk van de stationaire punten of het een lokaal maximum, lokaal minimum of een zadelpunt van f is.

(c) Bereken het maximum en het minimum van f over het driehoekig gebied met hoekpunten $(0,0)$, $(0,-2)$ en $(2,-2)$. De rand van de driehoek behoort tot het gebied.

Antwoord: