Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
woensdag 20 januari 2016, 9:00–13:00

Auditorium 200G.00.01: Peys-Willems, Özer-Özkezer (34 studenten)

Auditorium 200G.00.06: Acke-Paesmans (49 studenten)

Lokaal 200B.00.05: studenten met faciliteiten, 9-14:20 (6 studenten)

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 2 pt	(c) 4 pt
Vraag 3:	(a) 4 pt	(b) 6 pt	
Vraag 4:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 5:	(a) 3 pt	(b) 3 pt	(c) 4 pt

- Succes!

Naam:

Vraag 1 (a) Gebruik Taylorveeltermen rond $x = 0$ om de limiet

$$\lim_{x \to 0} \frac{xe^{2x} - xe^{-2x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}$$

uit te rekenen.

(b) Bereken de integraal

$$\int_1^\infty \frac{\ln(1+x)}{x^2}\,dx$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (a) Laat zien dat

$$\int_0^{\pi/2} |\sin(x) - c|\, dx = -1 + 2c\,\mathrm{bgsin}\,(c) + 2\cos(\mathrm{bgsin}\,(c)) - \frac{c\pi}{2}.$$

voor elke $c \in [0, 1]$.

(b) Bereken de integraal ook voor $c < 0$ en $c > 1$.

(c) De mediaan van $\sin x$ over het interval $[0, \frac{\pi}{2}]$ is de waarde van $c \in \mathbb{R}$ waarvoor de integraal uit (a) zo klein mogelijk is. Bereken deze mediaan.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 De kromme $\mathcal{K}$ wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$\mathcal{K}: \; r^2 = 2\sin(\theta), \qquad \theta \in [0, \pi], \quad r \geq 0.$$

(a) Schets de kromme $\mathcal{K}$, samen met de cirkel $x^2 + y^2 = 1$. Bereken ook de snijpunten van deze twee krommen.

(b) Bereken de oppervlakte van het gebied dat binnen $\mathcal{K}$ en buiten $x^2 + y^2 = 1$ ligt.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 (a) Het volume V voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2V}{dt^2} + V = 2$$

met $V(0) = 1$ en $V'(0) = 0$. Bepaal $V(t)$.

(b) De druk P hangt samen met V volgens de vergelijking

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{nRT}{P^2}\frac{dP}{dt}$$

waarin n, R and T constant zijn. Bereken $P(t)$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 We beschouwen de functie

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$$

(a) Bereken de stationaire punten van f.

(b) Bepaal van elk van de stationaire punten of het een lokaal maximum, een lokaal minimum of een zadelpunt is.

(c) Bereken het maximum en het minimum van f op het gebied D in het eerste kwadrant gegeven door de ongelijkheden:

$$D: \qquad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x^4 + y^4 \leq 10.$$

Antwoord: