Examen G0N02B Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
maandag 15 januari 2018, 9:00–13:00

Auditorium 200G.00.01: M-Z (104 studenten)

Auditorium 200G.00.06: A-L (77 studenten)

Auditorium 200G.00.63: studenten met examenfaciliteiten, 8:00-13:20 (8 studenten)

Naam: **Studierichting:**

Scoretabel (NIET INVULLEN!)

Vraag 1 (op 10)		Totaal (op 50)	
Vraag 2 (op 10)		EINDCIJFER (op 20)	
Vraag 3 (op 10)			
Vraag 4 (op 10)			
Vraag 5 (op 10)			

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:

Vraag 1:	(a) 6 pt	(b) 4 pt	
Vraag 2:	(a) 4 pt	(b) 4 pt	(c) 2 pt
Vraag 3:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 4:	(a) 5 pt	(b) 5 pt	
Vraag 5:	(a) 6 pt	(b) 4 pt	

Naam:

Vraag 1 (a) Bewijs met volledige inductie dat

$$\sum_{k=2}^{n} \binom{k}{2}^{-1} = \frac{2n-2}{n}$$

geldt voor elk natuurlijk getal $n \geq 2$.

(b) Bereken de 5de graads Taylorveelterm rond $x = 0$ van de functie

$$f(x) = \int_0^x \cos(t^2)\, dt.$$

Antwoord:

Naam:

De functie $F : [1,4] \to \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$F(\theta) = \int_1^4 \left|\ln^2(x) - \ln^2(\theta)\right| \frac{dx}{x}, \qquad 1 \leq \theta \leq 4.$$

Vraag 2 (a) Er bestaat een C zodanig dat

$$F(\theta) = \frac{4}{3}\ln^3(\theta) - 2\ln(2)\ln^2(\theta) + C \qquad \text{voor elke } \theta \in [1,4].$$

[Dit hoeft u niet te bewijzen.] Bereken C.

(b) Voor welke $\theta \in [1,4]$ bereikt $F(\theta)$ een globaal minimum?

(c) Voor welke $\theta \in [1,4]$ bereikt $F(\theta)$ een globaal maximum?

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 (a) Laat zien dat de differentiaalvergelijking

$$(2t + 2x)dx + (2x + t^3)dt = 0$$

exact is en gebruik dit om de differentiaalvergelijking op te lossen. Het volstaat om de oplossing in impliciete vorm te geven.

(b) De kromme K wordt in poolcoördinaten gegeven door

$$K: \quad r = r(\theta), \qquad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

waarbij $r(\theta)$ voldoet aan de differentiaalvergelijking

$$\frac{dr}{d\theta} = \sqrt{1 - r^2}$$

met beginvoorwaarde $r(0) = -\frac{1}{2}$. Bereken de lengte van K.

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Beschouw de functie

$$f(x, y) = e^y(y^2 - x^2).$$

(a) Bepaal de stationaire punten van f en bepaal de aard er van (lokaal maximum, lokaal minimum of zadelpunt).

(b) Gebruik de methode van Lagrange om de het globale maximum en het globale minimum van f op de cirkel $x^2 + y^2 = 6$ te berekenen.

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 (a) Vind de algemene oplossing van

$$y'' - 6y' + 10y = e^{-t}.$$

(b) Bepaal de oplossing die tevens voldoet aan $y(0) = 0$ en $y'(0) = 1$.

Antwoord: