

Examen Klassieke Mechanica

Volledig schriftelijk, 3 uur

27 augustus 2021

1 Theorievraag

Een mechanisch systeem met 3 vrijheidsgraden heeft de volgende Hamiltoniaan:

$$H(\vec{q}, \vec{p}) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i p_i^2 + V(q_1, q_2, q_3) \quad (1)$$

waarbij α_i constanten zijn en de potentiaal enkel van de veralgemeende coördinaten afhangt op de volgende manier: $V(q_1, q_2, q_3) = V(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)$. Stel nu dat alle α_i gelijk zijn, bepaal dan alle constanten van de beweging van dit systeem. (Hint: zoek eerst een uitdrukking voor de Lagrangiaan)

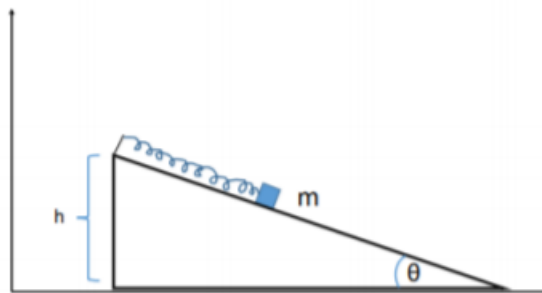
2 Oefening

Zij m_1 en m_2 twee massa's in de ruimte. m_1 beweegt met een snelheid v_1 en m_2 beweegt met een snelheid v_2 die parallel is aan v_1 met een impactparameter gelijk aan p . M.a.w. de twee massa's bewegen op $t = 0$ naar elkaar toe en de loodrechte afstand tussen de rechten gevormd door de twee snelheden v_1 en v_2 te verlengen is gelijk aan p . De twee snelheden kunnen zowel in dezelfde als in tegengestelde zin zijn en de afstand tussen de twee objecten op tijdstip $t = 0$ is gelijk aan d . Wat is de minimale relatieve snelheid die de twee massa's t.o.v. elkaar moeten hebben opdat ze niet in elkaars gravitatieveld vastkomen?

3 Oefening

Vraag 1 – Lagrangiaanse systemen [7ptn]

Een driehoekvormig blok met massa M staat op de grond zoals in onderstaande tekening. Het blok kan schuiven zonder wrijving. Op het blok is er een veer met constante k en rustlengte d vastgemaakt. Aan het einde van de veer hangt een massa m die weerom kan schuiven zonder wrijving.



- Wat is de lengte van de veer indien zowel het grote als het kleine blok in evenwicht zijn? [1pt]
- Wat zijn de vrijheidsgraden en wat is de Lagrangiaan en bijhorende bewegingsvergelijkingen? [3pt]
- Wat is de natuurlijke frequentie van dit systeem indien het oscilleert rond zijn evenwicht? [3pt]