Examen Lineaire Optimalisatie

2de bachelor wiskunde

18 augustus 2015

Op het examen werden twee verschillende puntentellingen vermeld, beiden sommeren tot 18 i.p.v. 20. Ik heb geen idee welke puntenverdeling er effectief gebruikt werd.

1 Opgave 1 (6 punten of 5 punten)

Een bedrijf moet beslissen hoeveel auto's te produceren in de volgende vier kwartalen. De vraag naar auto's staat beschreven in onderstaande tabel.

Kwartaal	Vraag
1	40
2	60
3	75
4	25

Aan het begin van het eerste kwartaal heeft het bedrijf een voorraad van 10 auto's. We gaan ervan uit dat auto's geproduceerd tijdens een kwartaal gebruikt kunnen worden om te voldoen aan de vraag van dat kwartaal. Tijdens elk kwartaal kunnen er hoogstens 40 auto's met reguliere werkkrachten geproduceerd worden. De kost per "reguliere" auto bedraagt 80 000. Er bestaat de mogelijkheid om auto's te produceren met additionele werkkrachten. De kost per "additionele" auto bedraagt 100 000. De voorraadkost op het einde van een kwartaal bedraagt 8 000 per auto.

1.1 (a)

Formuleer het probleem om aan de vraag te voldoen tegen minimale kosten als een lineair programmeringsprobleem.

1.2 (b)

In de algemene omschrijving van dit probleem is

- n = aantal perioden
- s_0 = voorraad in begin eerste periode
- d_i = vraag in periode i
- c_i = productie-capaciteit van reguliere werkkrachten in periode i

Formuleer dit algemene probleem om aan de vraag te voldoen tegen minimale kosten als een lineair programmeringsprobleem.

1.3 (c)

Hoe ziet de duaal van dit probleem eruit?

2 Opgave 2 (3 punten)

Gebruik de simplex-methode om **alle** optimale oplossingen van dit probleem te vinden.

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl} \max & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & + & 4x_4 & & \\ \text{odb} & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & \leq & 5 \\ & x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & \leq & 3 \\ & & & & & & & x_i & \geq & 0 \\ & & & & & & & & & i = 1, \ldots, 4 \end{array}$$

Is dit LO-model gedegenereerd? Onbegrensd? Verklaar uw antwoord.

3 Opgave 3 (4 punten of 5 punten)

$$\begin{array}{lrcrcrcl} \max & -6x_1 & + & 5x_2 & + & 12x_3 & & \\ \text{odb} & -x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & \leq & 21 \\ & 12x_1 & + & 4x_2 & + & 9x_3 & \leq & 90 \\ & & & & & x_i & \geq & 0 \\ & & & & & & & i = 1, 2, 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} z & = & 105 & - & x_1 & - & 3x_3 & - & 5x_4 \\ \hline x_2 & = & 21 & + & x_1 & - & 3x_3 & - & x_4 \\ x_5 & = & 6 & - & 16x_1 & + & 3x_3 & + & 4x_4 \end{array}$$

3.1 (a)

Verander $b_1 = 20$, $b_2 = 82$. Identificeer de bijhorende basisoplossing. Is deze toelaatbaar? Optimaal?

3.2 (b)

Verander $c_3 = 8$. Identificeer de bijhorende basisoplossing. Is deze toelaatbaar? Optimaal?

3.3 (c)

Geef het stabiliteitsinterval van b_2. Vergelijk met (a) en verklaar.

3.4 (d)

Geeft het stabiliteitsinterval van c_2.

3.5 (e)

Geeft het stabiliteitsinterval van a_{22}.

4 Opgave 4 (3 punten)

Dit was letterlijk oefening 9.3 uit het handboek.

5 Opgave 5 (2 punten)

Gegeven:

$$\begin{array}{lll} \text{min} & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j & \\ \text{odb} & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = 0 & (i = 1, 2, \ldots, m) \end{array}$$

Te bewijzen:

Ofwel is $x_j = 0$ voor alle j een optimale oplossing, ofwel is dit probleem onbegrensd.