

## LaTeX opdracht Bewijzen en Redeneren

### 1ste fase bachelor in Fysica, Wiskunde

- Werk de volgende opdracht **individueel** uit. U **moet** hier alleen aan werken. Geef ook geen files door aan anderen. Ingediende opdrachten die te zeer op elkaar lijken worden met 0 beoordeeld.
- Maak een **tex**-bestand met de naam **Achternaam-Voornaam.tex**. **Deze naamgeving is verplicht**. Compileer je tekst naar een pdf-bestand, en mail zowel het **tex**- als het **pdf**-bestand door naar
  - Prof. Arno Kuijlaars ([arno.kuijlaars@kuleuven.be](mailto:arno.kuijlaars@kuleuven.be)) en
  - de monitor Dr. An Speelman ([an.speelman@kuleuven.be](mailto:an.speelman@kuleuven.be)).
- De  $\text{\LaTeX}$  opdracht telt voor 2 punten mee (op 20) voor het examen van Bewijzen en Redeneren.
- Uiterste indiendatum is **zaterdag 26 november 2016** om 24 uur.

Let bij het gebruik van  $\text{\LaTeX}$  zeker op de volgende punten. Hiermee zullen we bij de quoterings rekening houden.

- Maak de kop van uw document met `\title` en `\author`. Vermeld bij `\author` ook uw studentnummer.
- Voorzie een aantal gecentreerde formules van een nummer. Zorg ervoor dat tenminste één keer naar een formule terugverwezen wordt. Gebruik de  $\text{\LaTeX}$  commando's `\label` en `\ref` of `\eqref`.
- Maak een referentielijst waarin u de gebruikte literatuur vermeldt. Als u een resultaat uit de cursus gebruikt, vermeld dat dan en neem in dat geval de cursustekst op in de lijst van referenties. Verwijs naar de referenties met het commando `\cite`.
- Er is nog geen standaardmanier om naar webpagina's te verwijzen. Geef voldoende informatie om de lezer in staat te stellen de webpagina goed te kunnen terugvinden. Vermeld de auteur als die bekend is. Vermeld anders "Anoniem". Voorbeelden zijn

- [1] T. Tao, A problem involving power series, Terry Tao home page 18 October 2016,  
<[www.stetson.edu/~mhale/teach/ethiccrs.htm](http://www.stetson.edu/~mhale/teach/ethiccrs.htm)>  
geraadpleegd op 7 november 2016.
- [2] J. J. O'Connor and E. F. Robertson, biography of Augustin Louis Cauchy in MacTutor History of Mathematics Archive,  
<[www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cauchy.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cauchy.html)>  
geraadpleegd op 7 november 2016.

- Zorg ervoor dat uw tekst een op zichzelf staand document is dat gelezen kan worden door iemand die deze opdracht niet kent. Maak goede en volledige zinnen.

**Belangrijk i.v.m. het vermijden van plagiaat** U moet altijd naar de gebruikte bronnen verwijzen. Het moet ook steeds duidelijk zijn hoe u de bronnen gebruikt heeft.

Als u tekst letterlijk overneemt dan moet dat duidelijk gemaakt dat dit een letterlijke overname is. In veel gevallen wordt dit duidelijk gemaakt door de overgenomen tekst in een ander lettertype te zetten. Dit geldt ook voor een letterlijke vertaling.

Als u tekst letterlijk overneemt zonder dat er staat dat het een letterlijke overname is (enkel een verwijzing volstaat dan niet), dan beschouwen we dit als plagiaat.

**Bij geconstateerd plagiaat wordt 5 punten (op 20) afgetrokken.**

Als u zich laat inspireren door een tekst en er hier en daar elementen uitneemt, schrijf dan op waaruit u de informatie verkregen heeft. Schrijf dan een volledige zin zoals

- Ik heb me voor deze opdracht gebaseerd op de informatie die te vinden is in de referentie [1].

Neem deze zin op voordat de tekst komt en niet achteraf. Het enkel opnemen van het nummer [1] is niet voldoende.

Maar gebruik uw eigen woorden! Als u dezelfde zinswendingen gebruikt dan is het plagiaat.

Succes!

## 1. Georg Cantor

Georg Cantor was een Duits wiskundige die gewerkt heeft aan de grondslagen van de wiskunde. Hij heeft onder meer de basis gelegd voor de verzamelingenleer zoals we die nu kennen.

**Opdracht 1** Geef een korte beschrijving van het leven en werk van Cantor. Informatie hierover is te vinden in boeken, artikels en op het internet. Gebruik minstens twee onafhankelijke bronnen en geef referenties naar de bronnen die je gebruikt. Zorg ervoor dat je beschrijving niet meer dan 30 regels bedraagt.

## 2. De stelling van Cantor-Bernstein-Schröder

De stelling van Cantor-Bernstein-Schröder kan gebruikt worden om aan te tonen dat twee verzamelingen equipotent zijn.

**Opdracht 2** (a) Formuleer en bespreek de stelling van Cantor-Bernstein-Schröder. Gebruik een gepaste L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X omgeving om de stelling te formuleren. Bespreek de stelling zoveel mogelijk in eigen bewoordingen.

(b) Gebruik de stelling van Cantor-Bernstein-Schröder om aan te tonen dat de verzameling  $\mathbb{R}$  van alle reële getallen en het interval  $[0, 1]$  equipotent zijn.

(c) Geef een expliciete uitdrukking voor een bijectie  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  en bewijs dat dit inderdaad een bijectie is.

### 3. Bonusvraag

Het volgende is een bonusvraag. U behaalt 20 op 20 als u Opdrachten 1 en 2 foutloos maakt. Met de bonusvraag kunt u maximaal 10 extra punten verdienen.

Naast  $\mathbb{R}$  is ook  $P(\mathbb{N})$ , de machtsverzameling van  $\mathbb{N}$  een overaftelbare verzameling. Dit volgt uit Stelling 5.1.8 van de cursus. We vragen ons af of we de kardinaliteit van  $P(\mathbb{N})$  kunnen vergelijken met die van  $\mathbb{R}$ .

**Opdracht 3** Bewijs dat  $P(\mathbb{N})$  equipotent is met  $\mathbb{R}$ .

Indien u wenst mag u de stelling van Cantor-Bernstein-Schröder gebruiken. Inspiratie kunt u bv. opdoen via de websites

`legacy.earlham.edu/~peters/writing/infapp.htm`  
of

`scientiststhesis.tumblr.com/post/52431140481/  
powersets-infinities-and-the-diagonal-argument`

Wat op deze websites beschreven bestaat is bruikbaar, maar ze geven echter niet de meest elegante of de meest inzichtelijke manieren van aanpak.

Omdat Opdracht 3 een bonusvraag is, wordt deze opdracht streng nagekeken. Uw oplossing moet in alle opzichten in orde zijn, anders trekken we punten af. U mag boeken, artikelen, het internet, etc. raadplegen, maar geef zoals altijd goede verwijzingen naar de bronnen die u gebruikt.