LaTeX opdracht Bewijzen en Redeneren
Bachelor of science in Fysica, Wiskunde

- Werk de volgende opdracht **individueel** uit. U **moet** hier alleen aan werken. Geef ook geen files door aan anderen. Ingediende opdrachten die te zeer op elkaar lijken worden met 0 beoordeeld.
- Maak een `tex`-bestand met de naam `Achternaam-Voornaam.tex`. **Deze naamgeving is verplicht.** Compileer je tekst naar een `pdf`-bestand, en mail zowel het `tex`- als het `pdf`-bestand door
  - naar Prof. Arno Kuijlaars (`arno.kuijlaars@wis.kuleuven.be`) en
  - naar uw assistent Bart Bories, Niels Meesschaert of An Speelman (`voornaam.achternaam@wis.kuleuven.be`).
- De LaTeXopdracht telt voor 2 punten mee (op 20) voor het examen van Bewijzen en Redeneren. Er is een bonusvraag voor maximaal 1 extra punt.
- Uiterste indiendatum is **woensdag 7 december 2011** om 24 uur.

Let bij het gebruik van LaTeX zeker op de volgende punten. Hiermee zullen we bij de quotering rekening houden.

- Maak de kop van uw document met `\title` en `\author`. Vermeld bij `\author` ook uw studentennummer.
- Voorzie een aantal gecentreerde formules van een nummer. Zorg er voor dat er tenminste één keer naar een formule terugverwezen wordt. Gebuik de LaTeX commando's `\label` en `\ref`.
- Maak een referentielijst waarin u de literatuur vermeldt die u gebruikt. Als u een resultaat uit de cursus gebruiktt, vermeld dat dan en neem in dat geval de cursustekst op in de lijst van referenties. Verwijs naar de referenties met het commando `\cite`.
- Zorg ervoor dat uw tekst een op zich zelf staand document is dat gelezen kan worden door iemand die deze opdracht niet kent. Maak goede en volledige zinnen.

Succes!

Vraag 1 Formuleer de definitie van convergentie van een rij reële getallen. Bewijs met de definitie dat de rij $(\frac{2n+\sin n}{n+\sqrt{n}})$ convergent is met limiet

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+\sin n}{n+\sqrt{n}} = 2.$$

De verdere vragen hebben betrekking op de verzameling

$$X = \{(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \mid a_n > 0 \text{ voor alle } n \in \mathbb{N}\}$$

bestaande uit alle rijen met strikt positieve elementen. Op X wordt een relatie $\sim$ gedefinieerd door

$$(a_n) \sim (b_n) \qquad \text{als en slechts als} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1.$$

Vraag 2 Bewijs dat $\sim$ een equivalentierelatie is op X.
U mag hierbij gebruik maken van de eigenschappen van limieten (waaronder rekenregels) die in de cursus gezien zijn. Als u hiervan gebruik maakt, neem dan wel een verwijzing er naar op in uw tekst.

Vraag 3 De formule van Stirling geeft een relatief eenvoudige rij (a_n) die in bovenstaande zin equivalent is met de rij $(n!)$ van faculteiten:

$$(n!) \sim (a_n)$$

Zoek de formule van Stirling op in een boek en op het internet en geef een verwijzing naar beide. Vermeld bij het boek ook het nummer van de pagina waar de formule van Stirling teruggevonden kan worden. Formuleer de formule als een stelling. Een bewijs wordt niet gevraagd.

Bonusvraag: Dit is een vraag voor maximaal 1 extra punt.

Vraag 4 Geldt het volgende voor rijen (a_n), (b_n), (c_n), (d_n) uit X ?

- Als $(a_n) \sim (b_n)$ en $(c_n) \sim (d_n)$ dan $(a_n + c_n) \sim (b_n + d_n)$.

Zo ja, geef een bewijs. Zo nee, geef een tegenvoorbeeld.