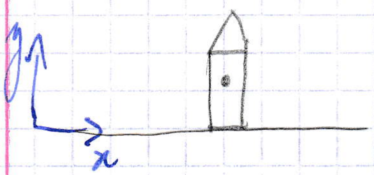
02:1
26/02/2020

Net 1 : 02

oef 0)

geg: $r_x = 0$ want recht omhoog $\rightarrow v_x = 0$
$|\vec{a}| = e^{\lambda t}$ met $\lambda = 0{,}1 \, \frac{1}{s}$



gevr: r_y op $t = 30$ s

opl: $\int_{y_0}^{y(t)} dy = \int_0^t v_y(t')\,dt' \Leftrightarrow y(t) = ?$

$0 \leftarrow y_0$

$$\int_{v_0}^{v(t)} dv_y = \int_0^t a_y(t')\,dt' = \int_0^t e^{\lambda t'}\,dt'$$
$$= \left[\frac{1}{\lambda} \cdot e^{\lambda t'}\right]_0^t$$
$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left(e^{\lambda t} - 1\right)$$

Dus: $y(t) = \int_0^t \frac{1}{\lambda} \cdot \left(e^{\lambda t'} - 1\right) dt'$
$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{\lambda} \cdot e^{\lambda t'} - t'\right]_0^t$$
$$= \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{\lambda} \cdot e^{\lambda t} - t - \frac{1}{\lambda}\right)$$

$y(30) = 1608{,}6$ m

oef. 1)

a) $2\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$

b) $\sqrt{9 + 9 + 1} = \sqrt{19}$

c) $|\vec{a}| = \sqrt{38} \rightarrow \cos\alpha = \dfrac{15 - 6 - 3}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{38}} \Leftrightarrow \alpha = 77{,}1^\circ$

d) $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = -7\hat{i} + 14\hat{j} - 21\hat{k}$

oef. 2) geg: $160\ km/h = 160000\ m / 3600\ s = \frac{1600}{36}\ m/s$

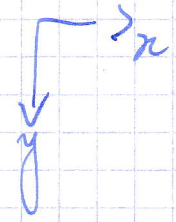
$x = 900\ m$

a constant

opl: $\frac{900\ m}{1600/36\ m/s} = 20{,}25\ s$

$900\ m = \frac{1}{2} \|\vec{a}\| . (20{,}25)^2 \Leftrightarrow \|\vec{a}\| = 4{,}39\ m/s^2$

oef. 3) geg:



$v_y = 1{,}0\ m/s$

$v_x = 2{,}0\ m/s$

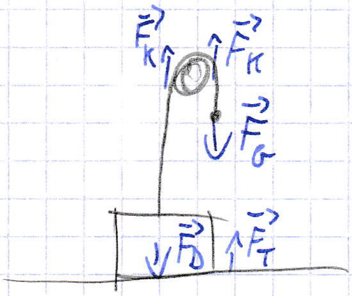
a) $45\ m / 2{,}0\ m/s = 22{,}5\ s$

$= 23\ s \rightarrow 23\ m$

b) vert. 1,0 m/s naar boven bekomen.

$\sin \alpha = \frac{1{,}0\ m/s}{2{,}0\ m/s} \Leftrightarrow \alpha = 30°$

oef. 4) a)



links: $F_l + F_T = F_D$

$\Updownarrow$

$60\ N + F = 77\ N$

$\Updownarrow$

$F_T = 17\ N$

b) links: $90\ N + F_T = F_D$

$\Updownarrow$

$90\ N + F_T = 77\ N \rightarrow$ ~~Tafel~~

Door tan Tafel dus $F_T = 0\ N$

oef. 5)

a) geg: $v_{0x} = 9{,}8\ m/s$ $\quad r_x = 0\ m$ $\quad a_x = 0$ constante v

$v_{0y} = 6{,}9\ m/s$ $\quad r_y = 2{,}4\ m$ $\quad a_y = -10\ m/s^2$

gevr: x

gl: $y(t) = r_y + v_{0y}.t + \frac{a_y}{2} t^2$

$v_y(t) = v_{0y} + a_y.t$

$x(t) = r_x + v_{0x}.t$

$v_x(t) = v_{0x}$

$-5t^2 + 6{,}9t - 0{,}65 = 0$

$D = 6{,}9^2 - 4.5.0{,}65 = 34{,}61$

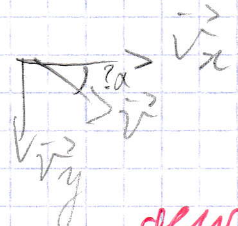
$\cancel{t_1 = \frac{-6{,}9 + \sqrt{D}}{-10} = 0{,}10\ s}$ te kort

en $t_2 = \frac{-6{,}9 - \sqrt{D}}{-10} = 1{,}278\ s$

$x(t_2) = 12{,}5\ m = 13\ m$

b) $v_y(t_2) = -5{,}88\ m/s$ naar beneden!

$\vec{\tau} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 9{,}8 \\ -5{,}88 \end{pmatrix}$



$\cos\alpha = \frac{1.9{,}8 + 0.(-5{,}88)}{\sqrt{9{,}8^2 + (5{,}88)^2}}$ → gewoon $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$!

$\Leftrightarrow \alpha = 31°$

oef. 6)

3614 m/s
35584 m

a) Stel $t = 0$ opnieuw na eerste 30 s:

$\int_{1608}^{y(t)} dy = \int_{30}^{t} v_y(t')dt' \Leftrightarrow y(t) - 1608 = ?$

$\int_{190{,}9}^{v(t)} dv_y = \int_{30}^{t} \cos(30).e^{\lambda t'} dt'$

$\Leftrightarrow v(t) - 190{,}9 = \cos(30).\left[\frac{1}{\lambda}.e^{\lambda t'}\right]_{30}^{t}$

$$\Leftrightarrow v_y(t) = \frac{\cos(30)}{\lambda}\cdot\left(e^{\lambda t} - e^{\lambda 30}\right)_{\times 190,9} \quad \text{met } t > 30$$

$$\text{Dus: } y(t) - 1608 = \int_{30}^{t} \frac{\cos(30)}{\lambda}\cdot\left(e^{\lambda t'} - e^{\lambda 30}\right) dt$$

$$= \frac{\cos(30)}{\lambda}\cdot\left(\left[\frac{1}{\lambda}\cdot e^{\lambda t'}\right]_{30}^{t} - \left[e^{\lambda 30}t'\right]_{30}^{t}\right)$$

$$= \frac{\cos(30)}{\lambda}\cdot\left(\frac{1}{\lambda}\cdot\left(e^{\lambda t} - e^{30\lambda}\right) - \left(e^{30\lambda}\cdot t - e^{30\lambda}\cdot 30\right)\right)$$

$$y(60) = 29588 \text{ m}$$

$$b)\ v_{tot}: \quad \int_{0}^{v(t)} dv_x = \int_{30}^{t} \sin(30)\, e^{\lambda t'}\, dt' \quad \text{met } t > 30$$

$$\Leftrightarrow v_x(t) = \sin(30)\cdot\left[\frac{1}{\lambda}\cdot e^{\lambda t'}\right]_{30}^{t}$$

$$= \sin(30)\cdot\frac{1}{\lambda}\cdot\left(e^{\lambda t} - e^{\lambda 30}\right)$$

$$v_x(60) = 1916 \text{ m/s}$$

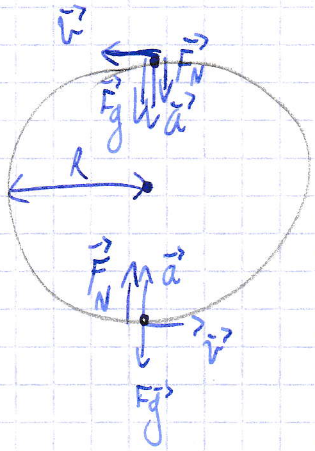
$$v_y(60) = 3510 \text{ m/s}$$

$$v_{tot} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = 4000 \text{ m/s}$$

02:21   4: $v = \sqrt{\frac{mgR}{m}}$ 5a: 5,0 kg   b: 6,7 kg

04/03/2020

oef. 0) $a = \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{v^2}{8 \cdot g} = 984\ m$ → straal looping

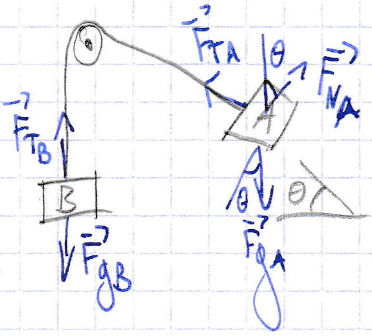


F in looping voor 8g : $F = m.a = 80.8g = 640g$ ✓ moet rette bestaan

bovenaan: 640g N naar onder, deels door $F_g = 80g$, rest door $F_N = 560gN$

onderaan: 640g N naar boven, 800N naar beneden teniet doen dus $F_N = 720g$ naar boven

oef. 1)



$\vec{F}_{T_B} = F_{T_A} = F_T$

op A: hor: $\Sigma F = F_{gA} \cdot \sin\theta - F_{TA} = m_A \cdot a$

ver: $\Sigma F = F_{gA} \cdot \cos\theta - F_{NA} = 0$

$\Leftrightarrow F_{gA} \cdot \cos\theta = F_N$ a

$\Leftrightarrow a = 0$

op B: $\Sigma F = F_T - F_{gB} = m_B . a$

$\Updownarrow$

$F_T = m_B . a + m_B . g$

dus:

$m_A . g . \sin\theta - m_B . a - m_B . g = m_A . a$

$\Updownarrow$

$(m_A . \sin\theta - m_B) . g = (m_A + m_B) . a$

$\Updownarrow$

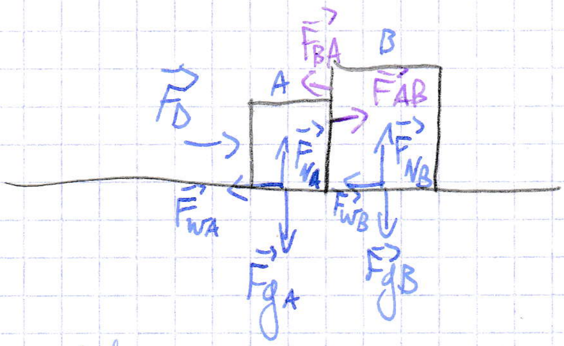
$$a = \frac{(m_A \sin\theta - m_B) . g}{m_A + m_B}$$

naar beneden = a pos

$\Updownarrow$

$m_A \sin\theta > m_B$

oef. 2)



horizontaal:

$\Sigma F = F_D - \mu_d \cdot m_A \cdot g - \mu_d \cdot m_B \cdot g = (m_A + m_B) \cdot a_x$

$F_{AB} - F_{BA}$

↳ vermelden of zeggen dat je alles als 1 geheel ziet

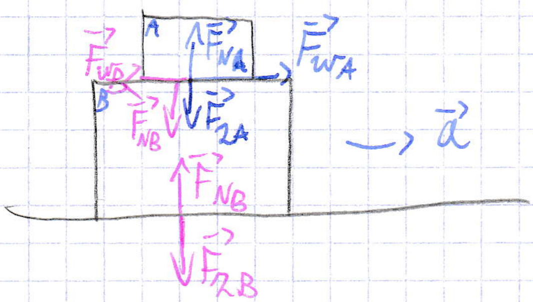
$\Leftrightarrow a_x = \frac{F_D - \mu_d \cdot m_A \cdot g - \mu_d \cdot m_B \cdot g}{m_A + m_B} = 1{,}7\ m/s^2$

op A: $650N - 0{,}18 \cdot 650N - F_{BA} = 1{,}7 \cdot 65$

$\Leftrightarrow F_{BA} = 422{,}5N$

oef. 3)

a) 0,53
b) 2,6 m/s²
-2,6
c) 83 N



a) $F_{wA} = \mu_s \cdot \cancel{m_A} \cdot g = \cancel{m_A} \cdot a_x \Leftrightarrow \mu_s = \frac{a_x}{g} = 0{,}52$

b) $\mu_{s/2} = 0{,}26$

Tafel: $\Sigma F = F_{wA} = 0{,}26 \cdot \cancel{m_A} \cdot g = \cancel{m_A} \cdot a_x \Leftrightarrow a_x = 2{,}6\ m/s^2$

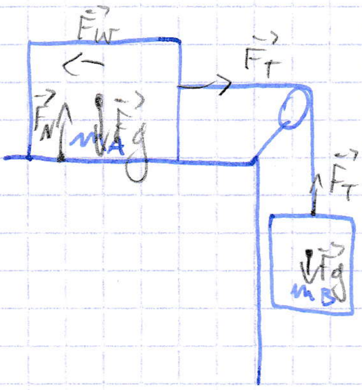
tov blok dan dan $-2{,}6\ m/s^2$ om [illegible] bewegen gaan.

c) $F = 16 \cdot 5{,}2 = 83N$

oef. 4) $a = \frac{v^2}{R}$ en $F = M \cdot a$

$F \downarrow m \cdot g \Leftrightarrow a = g \cdot \frac{m}{M} \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} = \frac{m}{M} \cdot g \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{m \cdot g R}{M}}$

oef. 5)



$\mu_s = 0,40$

$\mu_d = 0,30$

$m_B = 2,0\,kg$

a) $F_T = 20\,N$ en $F_W = \mu_s \cdot F_N$, moet $20\,N$ zijn

$\Updownarrow$

$F_N = 50\,N \Leftrightarrow m_A = 5,0\,kg$

b) constante v = $\Sigma F = 0$ dus deze keer F_W door μ_d! zelfde aan 20N.

$\frac{20\,N}{\mu_d} = F_N \Leftrightarrow F_N = 66,66\ldots\,N$

$\Updownarrow$

$m_A = 6,7\,kg$

02:3

12/03/2020

1) a) 61 N
b) $8{,}6 \cdot 10^3$ J
c) $W_{F_N} = 0$ J $W_{F_z} = -8{,}6 \cdot 10^3$ J

2) $k = 30$ N/m
a) $3{,}1 \cdot 10^3$ m

3) a) $2{,}079 \cdot 10^4$ m/s
b) $4{,}358 \cdot 10^4$ m/s
c) $2{,}079 \cdot 10^4$ m/s

4) 0,39 m

5) a) $P_f = 228$ W, $P_V = 258$ W
b) $F_f = 381$ N
$F_V = 346$ N

oef. 0)

a)

$F_W = 0{,}050 \cdot F_N = 0{,}050 \cdot m_{ST} \cdot g$ en $\sum F = m \cdot a_{aan}$

dus

$F_W = m_{ST} \cdot a_W \Leftrightarrow a_W = 0{,}050 g$

in tegenrichting.

$$\left.\begin{aligned} 25 &= v_0 \cdot t - \frac{a_W}{2} \cdot t^2 \\ &\text{en} \\ 0 &= v_0 - a_W \cdot t \Leftrightarrow v_0 = a_W \cdot t \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow 25 = a_W t^2 - \frac{a_W}{2} t^2$$

$\Updownarrow$

$25 = \frac{a_W}{2} t^2$

$\Updownarrow$

$v_0 = 5$ m/s $\Leftarrow t = \sqrt{\frac{50}{a_W}} = 10$ s

b) opsplitsen: eerste deel met $\mu_d = 0{,}030$:

$$\left.\begin{aligned} 12{,}5 &= v_0 \cdot t - \frac{a_W}{2} t^2 \\ 0 &= v_0 - a_W \cdot t \Leftrightarrow v_0 = a_W \cdot t \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow 12{,}5 = \frac{a_W}{2} t^2$$

$\Updownarrow$

$v_0 = 2{,}7$ m/s $\Leftarrow t = \sqrt{\frac{25}{0{,}030 g}} = 9{,}1$ s

deel 2 met $\mu_d = 0{,}050$:

$$\left.\begin{aligned} 12{,}5 &= v_0 \cdot t - \frac{a_W}{2} t^2 \\ 2{,}7 \text{ m/s} &= v_0 - a_W t \Leftrightarrow v_0 = a_W t - 2{,}7 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow 12{,}5 = a_W t^2 - 2{,}7 t - \frac{a_W}{2} t^2$$

$\Updownarrow$

$\frac{a_W}{2} t^2 - 2{,}7 t - 12{,}5 = 0$

$D = 19{,}79$

$t_1 = \frac{2{,}7 + \sqrt{D}}{a_W}$ $\cancel{t_2 = \frac{2{,}7 - \sqrt{D}}{a_W}}$

$v_0 = 4{,}4$ m/s $\Leftarrow$ $= 14$ s   = negatief

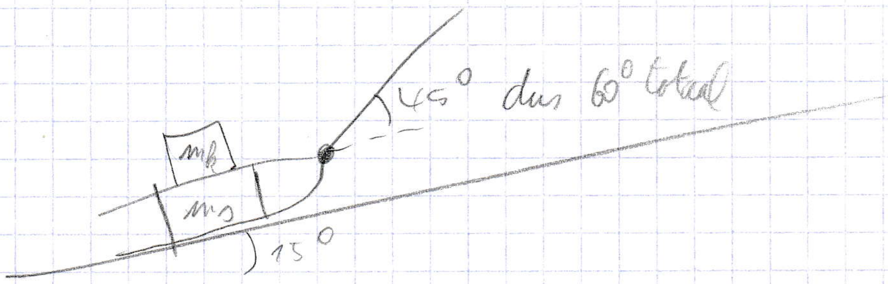
Oef. 1) $m_b = 15\,kg$

$m_s = 2\,kg$

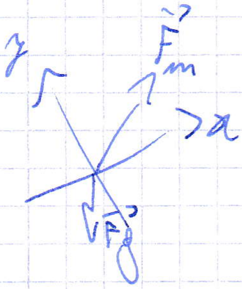
$\alpha = 15^0$

$l = 200\,m$

$\beta = 45^0$



a) minimaal is zwaartekracht tegenwerken:



$F_{g_x} = -17\,kg \cdot g \cdot \cos(75^0) = -44N$

$F_{m_x} = 44N \Rightarrow F_m = 62\,N$

b) $F_{//}$ geldt arbeid! dus $44N \cdot 200\,m = 8{,}8 \cdot 10^3\,J$

c) F_N staat $\perp$ dus geen arbeid

F_g heeft wel een x-component die tegengestelde arbeid doet: $-8{,}8 \cdot 10^3\,J$

Oef. 2) $m_T = 50{,}0 \cdot 10^3\,kg$

$v_T = 80\,km/h = 22\,m/s$

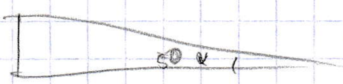
$d = 900\,m$

a) $F = -k \cdot x$

$K = \frac{m}{2}v^2 = 12345679\,J$ → gaat over in potentiële veerenergie

$U = \frac{k}{2}x^2$ dus $k = 30\,\frac{N}{m}$

b)



verschil in hoogte dan → pot. grav. E.

$\sin(5^0) = \frac{\cancel{x}H}{\cancel{900\,m}} \Leftrightarrow \cancel{x} = \cancel{900\,m} \cdot \sin(5^0) = \cancel{78{,}44\,m}$

niet 900 meer! ← x

$m \cdot g \cdot h + K = U \Leftrightarrow m\,g \cdot \sin(5^0) \cdot x + K = \frac{k}{2}x^2$ → 2^e graads vgl!

$D = b^2 - 4ac = 2639771613$

$x = 3{,}2 \cdot 10^3\,m$

oef. 3) $m_A = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg $\quad d = 149{,}6 \cdot 10^{9}$ m

$m_Z = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg $\quad R = 6371 \cdot 10^{3}$ m

a) 365,25 keer 24 keer 3600 seconden duurt een periode T

dus ω te berekenen dan centripetale versnelling en v:

$\omega = 1{,}99 \cdot 10^{-7} \rightarrow a = 0{,}059\,30392 \rightarrow v = 2979 \cdot 10^{1}$ m/s

b) ontsnappen gravitatie is tot oneindige afstand weg gaan.

① van de aarde af: $\int_R^\infty \frac{G \cdot m \cdot m_A}{r^2} \, dr$ is benodigde energie.

② van de zon weg: $\int_d^\infty \frac{G \cdot m \cdot m_Z}{r^2} \, dr$ is benodigde energie.

SOM: $\cancel{\frac{-G \cdot m \cdot m_Z}{\infty}} + \frac{G \cdot m \cdot m_Z}{d} + \cancel{\frac{-G \cdot m \cdot m_A}{\infty}} + \frac{G \cdot m \cdot m_A}{R} = \frac{m v^2}{2}$

kin E die nodig is om pot. E te ontsnappen

$\Leftrightarrow v = 4{,}359 \cdot 10^{4}$ m/s

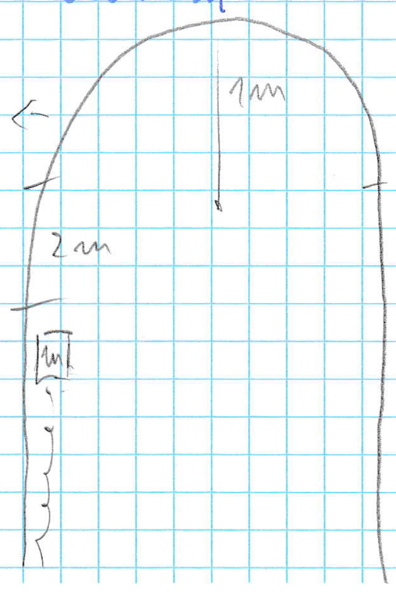
c) In de som element met massa zon verhogen met $5 \cdot 10^{9}$ en dan $v = 2{,}979 \cdot 10^{9}$ m/s

d) Ontsnappen is niet mogelijk, want benodigde snelheid is factor 10 meer dan lichtsnelheid.

oef. 4) $m = 2{,}0$ kg

$k = 1000$ N/m

"loop"



veerkracht om hem tot de top van de halfcirkel te krijgen. → pot E overwinnen.

Δh is 2m + 1m + x m ingeduwd.

en pot energie veer is $\frac{1000\, x^2}{2}$

In de top moet er echter genoeg v zijn om $\vec{F_g}$ te overwinnen dus ook een factor kin. E voor de centripetale kracht.

bovenaan een $F_g = 2 \cdot g$ naar beneden gericht en $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

dus $a = g = \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow v^2 = g \rightarrow K = \frac{m g}{2}$

Behoud van energie dus verschil tussen energieën in start en topsituatie gelijk aan 0 te stellen.

$$\left(\frac{mg}{2} - 0\right) + \left(0 - \frac{1000x^2}{2}\right) + \left((3+x) \cdot m \cdot g - 0\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -500x^2 + 20x + 70 = 0 \rightarrow D = 400 + 140000 = 140400$$

$$\Downarrow$$

$$x = 0{,}39\,m\,!$$

oef. 5)

$m_C = 68{,}0$ kg $t = 2442$ s $\alpha = 7{,}8\%$ -> per 100m ligt weg 7,8m hoger

$m_A = 61{,}0$ kg $l = 13{,}8 \cdot 10^3$ m $r_w = 0{,}340$ m

$m_f = 8{,}0$ kg $r_p = 0{,}180$ m $v_v = 42$ $v_A = 19$

a) $P = \frac{dW}{dt}$: over 13800 m stijgt de weg netto $138 \cdot 7{,}8$ m $= 1076{,}4$ m

Snelheid: $v = 5{,}65$ m/s constant => Dus geen verandering in K.

Enkel $U = m.g.h$ overwinnen

Froome : 76 kg -> $P = 335$ W Valverde: 69 kg -> $P = 304$ W

b) We zoeken afstand door fiets omhoog afgelegd als de fietser zijn pedalen 1 rondje doet draaien:

1 rondje draaien = 2 keer $2 \cdot r_p$ afstand naar beneden in richting van de kracht. -> $4 r_p = x$

1 rond pedalen $= \frac{42}{19}$ ronden achterwiel $= \frac{42}{19} \cdot 2\pi r_w = 4{,}72$ m

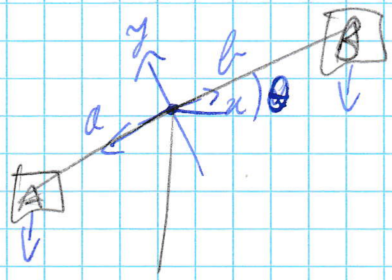
-> hoeveel gestegen? : $0{,}078 \cdot 4{,}72$ m $= 0{,}368$ m gestegen $= h$

dus $F = \frac{m.g.h}{x}$ -> $F_C = 398$ N

$F_A = 353$ N

O2.-4

oef. 0)



$\tau_A = a \cdot m_A \cdot g \cdot \cancel{\cos\theta}$

$\tau_B = b \cdot m_B \cdot g \cdot \cancel{\cos\theta}$

Evenwicht : $\tau_A = \tau_B \Leftrightarrow m_B = m_a \cdot \frac{a}{b}$

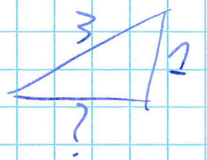
oef. 1) $R = 3{,}0\,m$ $T = 3\,s$ $f = 1/3\,s^{-1}$

a) 0,33 Hz

b) $\omega = 2\pi f = 2{,}1\,rad/s$ en $v = 6{,}3\,m/s$ $(v = R\omega)$

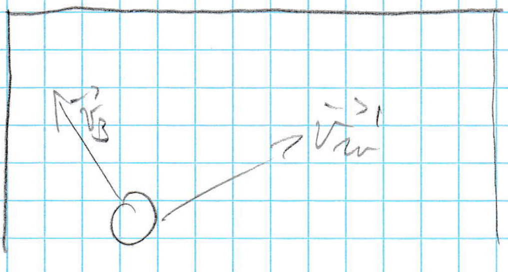
c) $\frac{100\,m}{v} = 16\,s$

d)



$? = \sqrt{9-1} = 2{,}8\,m \rightarrow v = 5{,}9\,m/s$

oef. 2) Elastische botsing : - Behoud van impuls EN
- Behoud van energie



$\vec{r}_B = \begin{Bmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{Bmatrix}$ $\vec{r}_w = \begin{Bmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \end{Bmatrix}$

$m_B = m_w$

Voor bots is $\vec{v}_B = \vec{0}$ en $\vec{v}_w = X$, na bots ontstaat $\vec{v}_B$ en verandert $\vec{v}_w$ in $\vec{v}_w{}'$. Wit zal verdwijnen als de snelheid richting $\vec{r}_w$ heeft.

① Behoud Impuls: $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \Leftrightarrow \cancel{m_w} \cdot \vec{v}_w = \cancel{m_B} \vec{v}_B + \cancel{m_w} \cdot \vec{v}_w{}'$

② Behoud Energie : platte tafel dus enkel ΔK!

$$\frac{\cancel{m_w} \cdot v_w^2}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{m_B} \cdot v_B^2}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{m_w} \cdot v_w'^2}{\cancel{2}}$$

③ $v_{B_y} = \sqrt{3} \cdot v_{Bx}$

Samenvoegen?!

$$\begin{cases} v_{w,x} = 0 = -v_{B,x} + v_{w,x}' \Leftrightarrow v_{w,x}' = v_{B,x} \\ v_{w,y} = v_{B,y} + v_{w,y}' \Leftrightarrow v_{w,y} = \sqrt{3}\cdot v_{w,x}' + v_{w,y}' \\ v_{w,y}^2 = v_B^2 + v_w'^2 \Leftrightarrow v_{w,y}^2 = v_{B,x}^2 + v_{B,y}^2 + v_{w,x}'^2 + v_{w,y}'^2 \\ v_{B,y} = \sqrt{3}\cdot v_{B,x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}\cdot v_{w,x}' + v_{w,y}')^2 = v_{w,x}'^2 + 3 v_{w,x}'^2 + v_{w,x}'^2 + v_{w,y}'^2$$

$$\Leftrightarrow \cancel{3 v_{w,x}'^2} + 2\sqrt{3}\, v_{w,x}' \cdot v_{w,y}' + \cancel{v_{w,y}'^2} = 2 v_{w,x}'^2 + \cancel{v_{w,y}'^2}$$

$$\Leftrightarrow v_{w,x}' = \sqrt{3}\cdot v_{w,y}' \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot v_{w,x}' = v_{w,y}'$$ → witte verdwijnt

oef. 3) a) Behoud van impulsmoment, enkel afstand en snelheid gegeven en geen externe krachten.

b) $0{,}590\ AU \cdot m_k \cdot 54{,}0 \cdot 10^3\ m/s = 35{,}40 \cdot m_k \cdot v$

$\Updownarrow$

$v = 910\ m/s$

oef. 4) $m_e = 2{,}20\ kg$ $\quad h = 3{,}60\ m$ $\quad$ elastische botsing

$\alpha = 30{,}0°$ $\quad m_B = 7{,}00\ kg$

enkel

C) behoud van impuls: op $h = 3{,}60\ m$ is $U = m_e \cdot g \cdot h$ → volledig omgezet in horizontale K onderaan $\frac{m_e v^2}{2} = m_e \cdot g \cdot h \Leftrightarrow v = 8{,}49\ m/s$

$v_{tot} = 2{,}03\ m/s$

a) elastisch: behoud van impuls én energie!

energie: ① ②

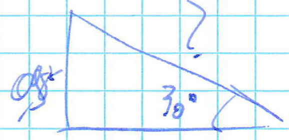
$$\frac{m_e \cdot v_e^2}{2} + 0 = \frac{m_e \cdot v_{e'}^2}{2} + \frac{m_B \cdot v_B^2}{2} \Leftrightarrow m_B v_B^2 = m_e \cdot (v_e^2 - v_{e'}^2)$$
$$= m_e \cdot (v_e + v_{e'})(v_e - v_{e'})$$

impuls: $m_e \cdot v_e + 0 = m_e \cdot v_{e'} + m_B \cdot v_B \Leftrightarrow m_B v_B = m_e \cdot (v_e - v_{e'})$

Delen: $v_B = v_e + v_{e'} \Rightarrow \frac{m_e - m_B}{m_e + m_B} \cdot v_e = v_{e'} = -4{,}43\ m/s$!

Dan is $v_B = 8{,}49 - 4{,}43 = 4{,}06\ m/s$

b) $\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{\cancel{m} \cdot v_B^2}{2} \Leftrightarrow h = 0{,}98\ m \rightarrow$



$? = \frac{0{,}98\ m}{\sin(30°)} = 1{,}96\ m$ ver.

oef. 5) $v_1 = -9{,}6 \cdot 10^3\ m/s \qquad v_2 = 10{,}4 \cdot 10^3\ m/s$

Net zoals hiervoor behoud van impuls en aangezien gravitatiekracht conservatief, ook een behoud van energie door elastische "botsing".

$$\cancel{\frac{m_1 \cdot v_1^2}{\cancel{2}} + \frac{m_2 v_2^2}{\cancel{2}} = \frac{m_1 v_1'^2}{\cancel{2}} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{\cancel{2}}}$$ EN

$$\cancel{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'}$$ DELEN:

niet schrappen $\approx 0 \neq 0$

$$\frac{m_1 v_1^2}{\cancel{2}} - \frac{m_1 v_1'^2}{\cancel{2}} = \frac{m_2 v_2'^2}{\cancel{2}} - \frac{m_2 v_2^2}{\cancel{2}} \Leftrightarrow m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 \cdot (v_2'^2 - v_2^2)$$

EN $m_1 \cdot (v_1 - v_1') = m_2 \cdot (v_2' - v_2)$ DELEN:

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \Leftrightarrow v_2' = -9{,}6 - 9{,}6 - 10{,}4 = -29{,}6\ km/s$$

02.5

oef. 0)

$v = 1{,}7 \cdot 10^7\ m/s$ $\quad$ H → 1 proton
$l = 1{,}0\ m$ $\quad$ D → 1 proton + 1 neutron
$t = 5{,}9 \cdot 10^{-8}\ s$

pos. lading proton

Coulombkracht H: $e \cdot E = F$

D: $e \cdot E = F$

$F = m \cdot a \Leftrightarrow$ a van H $= \dfrac{e \cdot E}{m_p}$ → massa proton

van D $= \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m_p}$

→ verticaal is $v_0 = 0\ m/s$ en $x_0 = 0\ m$, we zoeken:

$$x_H(t) = x_D(t) + 0{,}01\ m \quad \text{mm!}$$

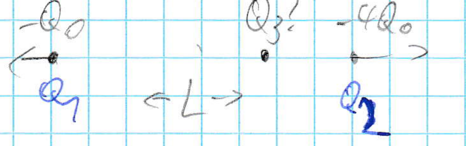
$$\Updownarrow$$

$$\frac{a_H t^2}{2} = \frac{a_D t^2}{2} + 0{,}01$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{t^2}{2} \cdot \left(\frac{eE}{m_p} - \frac{eE}{2m_p} \right) = 0{,}01 \Leftrightarrow \frac{t^2}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{2m_p} = 0{,}01 \Leftrightarrow E = 1{,}2 \cdot 10^4\ \frac{N}{C}$$

oef. 1)



$F_{12} = k_e \cdot \dfrac{4Q_0^2}{L^2}$ $\quad$ $F_{13} = \dfrac{k_e \cdot Q_0 \cdot Q_3}{x^2}$

$F_{21} = k_e \cdot \dfrac{4Q_0^2}{L^2}$ $\quad$ $F_{23} = \dfrac{k_e \cdot 4Q_0 \cdot Q_3}{(L-x)^2}$

Niet aangegeven, maar Q_3 is ook in evenwicht gehouden.

↳ Q_3 moet pos zijn en tussen Q_1 en Q_2 liggen.

$\cancel{\Sigma F_{Q_1} = 0 \Leftrightarrow k_e \cdot Q_0 \left(\frac{5}{L^2} - \frac{Q_3}{x^2} \right) = 0}$

$\cancel{Q_2 = 0 \Leftrightarrow k_e \cdot Q_0 \left(\frac{5}{L^2} - \frac{4Q_3}{(L-x)^2} \right) = 0}$

$\cancel{\Leftrightarrow L^2 Q_3 = 5x^2 \text{ en } 4Q_3 \cdot L^2 = 5(L-x)^2}$ $\Big\}$ zie volgende pagina

$\cancel{4Q_3 \cdot L^2 = 20x^2}$

~~$\text{ook } \sum \text{ op } Q_3 = 0 \Leftrightarrow k_e \cdot Q_0 \cdot Q_3 \cdot \left(\frac{-1}{x^2} - \frac{4}{(L-x)^2}\right) = 0$~~

~~$\Leftrightarrow -(L-x)^2 = 4x^2$~~

~~Invullen:~~

F op Q_1: hierboven

F op Q_2: hierboven

F op Q_3: $F_{31} = \frac{k_e \cdot (Q_0) \cdot Q_3}{x^2}$ en $F_{32} = \frac{k_e \cdot (4Q_0) \cdot Q_3}{(L-x)^2}$

Q_3 in evenwicht: $F_{31} = -F_{32}$

$\Leftrightarrow \frac{-1}{x^2} = \frac{-4}{(L-x)^2} \Leftrightarrow (L-x)^2 = 4x^2$

$\Leftrightarrow L^2 - 2xL + x^2 = 4x^2$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 2xL + L^2 = 0$

$D = 4L^2 + 12 \cdot L^2 = 16L^2$

$\Downarrow$

$x = \frac{2L \pm 4L}{-6} = \frac{L}{3}$

Q_1 in evenwicht: $F_{12} = -F_{13}$

$\Leftrightarrow \frac{4 Q_0}{L^2} = \frac{-Q_3}{x^2}$

$Q_3 = \frac{-4 \cdot Q_0 \cdot \cancel{L^2}}{9 \cancel{L^2}} = \frac{4}{9} Q_0$ (Q_1)

Q_2 in evenwicht: $F_{21} = -F_{23}$

$\Leftrightarrow \frac{4 Q_0}{L^2} = \frac{-4 Q_3}{(L-x)^2}$

oef. 2) a) $a = \frac{q \cdot E}{m}$ ∴ variabel en verplaatsing dus met arbeid werken:

$x_1 = 0{,}5\ \mu m \quad x_2 = 0{,}5\ mm$ niet 'k' van rekentoestel

$\Delta K = W \Leftrightarrow \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{k_e e^2}{(2x)^2} dx = \left[\frac{-k_e \cdot e^2}{4x}\right]_{x_1}^{x_2} = 7{,}15 \cdot 10^{-22}\ J$

afstand tussen 2 ladingen!

$\frac{m_p \cdot v^2}{2} = 7{,}15 \cdot 10^{-22}\ J \Leftrightarrow v = 3{,}7 \cdot 10^{2}\ m/s$

b) te zien als elastische botsing tussen p_1 en p_2 met behoud van impuls en energie

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + \cancel{m_2 \cdot \vec{v}_2} = m_1 \cdot \vec{v}_{1'} + m_2 \cdot \vec{v}_{2'}$$
$$\Leftrightarrow m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_{1'} + m_2 \cdot v_{2'}$$

$$E_1 = E_2 \Leftrightarrow \frac{m_1 v_1^2}{\cancel{2}} + \cancel{\frac{m_2 v_2^2}{2}} = \frac{m_1 \cdot v_{1'}^2}{\cancel{2}} + \frac{m_2 v_{2'}^2}{\cancel{2}}$$
$$\Leftrightarrow m_1 \cdot (v_1 - v_{1'})(v_1 + v_{1'}) = m_2 \cdot v_{2'}^2$$

DELEN: $v_1 + v_{1'} = v_{2'}$

INVULLEN: $m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_{1'} + m_2 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_{1'} \Leftrightarrow v_{1'} = 0\ m/s$!

$\rightarrow v_{2'} = 100\ m/s$

oef. 3) a) twee krachten, zwaartekracht is even sterk en Coulomb ook dus $\frac{\theta_1}{\theta_2} = 1$

b) Krachtenevenwicht:

Q_1: in evenwicht in x en y:

$m_1 \cdot g = F_{T_1}$ en $F_C = F_{T_1} \cdot \sin(\theta_1) = F_{T_1} \cdot \theta_1$

Q_2: in evenwicht in x en y:

$m_2 \cdot g = F_{T_2}$ en $F_C = F_{T_2} \cdot \theta_2$

gelijkstellen: $m_1 \cdot g \cdot \theta_1 = m_2 \cdot g \cdot \theta_2 \Leftrightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} = 2$

c) (1a): $d = 2 \cdot l \cdot \sin(\theta_1) = 2 l \theta_1 = 2 \cdot \frac{F_C}{m_1 \cdot g} l = \frac{2 k_e \cdot 2 Q^2 \cdot l}{d^2 \cdot m_1 g}$

$$\Updownarrow$$

$$d = \left(\frac{4 k_e Q^2 \cdot l}{m_1 g}\right)^{1/3}$$

(b): $d = l \cdot \theta_1 + l \cdot \theta_2 = l \cdot \left(\frac{F_C}{m_1 g} + \frac{F_C}{m_2 g}\right) = \frac{l F_C}{g} \cdot \left(\frac{m_2 + m_1}{m_1 m_2}\right)$ $\nearrow \frac{3m}{2m^2}$

$$d = \left(\frac{3 l . k_e 2 Q^2}{\cancel{2} g m}\right)^{2/3}$$

oef. 4) $m = 0{,}0100\ kg \quad d = 1{,}00\ m$

$\rightarrow F_C$ van $1{,}00 \cdot 10^4$ N veroorzaken.

1 bol $= 0{,}0927$ mol $\rightarrow N_A = 5{,}58 \cdot 10^{22}$ deeltjes $\rightarrow 2{,}62 \cdot 10^{24}$ elektronen

$F_C = \frac{k_e \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2} = 1{,}00 \cdot 10^4$ N en $q_1 = q_2$ want evenveel elektronen winnen/verliezen.

$\Updownarrow$

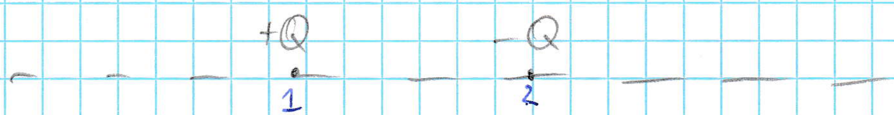
$$Q = \sqrt{\frac{1{,}00 \cdot 10^4\ N}{k_e}}$$

$= 0{,}001054988 \rightarrow$ delen door e voor aantal elektronen:

$\# e = 6{,}585 \cdot 10^{15}$

fractie: delen door $2{,}62 \cdot 10^{24}$ geeft $2{,}51 \cdot 10^{-9}$

oef. 5)



$\vec{E} = \frac{\vec{F_c}}{Q}$, testlading links/rechts: $\vec{F_c} = \frac{k_e Q^2}{(r - \frac{l}{2})^2} - \frac{k_e \cdot Q^2}{(r + \frac{l}{2})^2}$ → hier L nog niet schrappen want dan verdwijnt L volledig.

$p = Q \cdot L$ definitie dipoolmoment

$$= k_e Q^2 \left(\frac{(r+\frac{l}{2})^2 - (r - \frac{l}{2})^2}{(r - \frac{l}{2})^2 \cdot (r + \frac{l}{2})^2}\right)$$

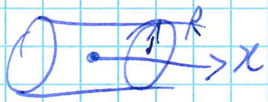
$$= k_e Q^2 \left(\frac{\cancel{r^2} + rl + \cancel{\frac{l^2}{4}} - \cancel{r^2} + rl - \cancel{\frac{l^2}{4}}}{(\ )^2 (\ )^2}\right).$$

nu noemer vereenvoudigen $= \frac{k_e \cdot Q^2 \cdot 2 \cancel{r} l}{r^{\cancel{4}} 3}$

Dus $\vec{E} = \frac{k_e \cdot 2 \cdot p}{r^3}$

02.6

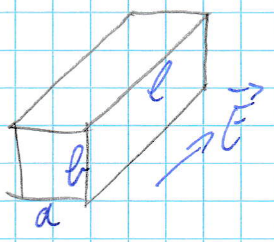
oef. 0) $d <<< l$

a) aangezien $d <<< l$ gaan we ervan uit dat $\vec{E} \perp$ op de plaat staat $\rightarrow$ verticale delen neutraliseren elkaar.
Cilinder  gebruiken, want plaat ook in z-richting en cirkelvorm neutraliseert dan in alle richtingen buiten de x.

$$\vec{E}.(\pi R^2)2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E}.\pi R^2.2 = \frac{2.x.\cancel{\pi R^2}.\rho_E}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\cancel{2}x.\rho_E}{\cancel{2}\varepsilon_0}$$

b) $$\vec{E}.2\pi R^2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E}.2\cancel{\pi R^2} = \frac{d.\cancel{\pi R^2}.\rho_E}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E} = \frac{d}{2}.\frac{\rho_E}{\varepsilon_0}$$

oef. 1) a) 

a) netto $= \vec{0}$, want even veel in langs voor als uit van achter.

b) ~~zijkan~~ mantel $\Phi_E = 0$

voor: $\Phi_E = -E.a.b$

achter: $\Phi_E = E.a.b$

oef. 2) $l = 0{,}15\,m$ $\quad \Phi_E = 7{,}3.10^5 \frac{Nm^2}{C}$ $\quad \lambda$?

$$\Phi_E = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda.l}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \lambda = 4{,}3.10^{-5}\ \frac{C}{m}$$

oef. 3) Voor de bovenste helft wordt elke y-component geneutraliseerd door een tegengesteld gerichte component van de onderste helft $\rightarrow$ $\vec{E}$ enkel in de x-richting naar links gericht (pos lading)

~~Beeld gebogen cilinder met straal R rond staaf in:~~

$$\cancel{\Phi_E = \int_0^{2\theta_0} \vec{E}.\pi R^2 d\theta = \frac{\lambda.R2\theta_0}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E}.\pi R^2.2\theta_0 = \frac{\lambda R2\theta_0}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{\pi R\varepsilon_0}}$$

Gauss-op is te moeilijk dus formule voor verzameling puntladingen gebruiken: $E = k_e \cdot \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i$

$\rightarrow dE_x = k_e \cdot \frac{R \cdot d\theta \cdot \lambda}{R^2} \cdot \cos\theta$ enkel horizontaal!

$$E_x = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} k_e \cdot \frac{R\, d\theta\, \lambda}{R^2} \cdot \cos\theta = \frac{k_e \lambda}{R} \cdot \left[\sin\theta\right]_{-\theta_0}^{\theta_0}$$

$$= \frac{k_e \lambda}{R} \cdot \left(\sin(\theta_0) - \sin(-\theta_0)\right)$$

$$= \frac{k_e \lambda}{R} \cdot \left(\sin(\theta_0) + \sin(\theta_0)\right)$$

$$\vec{E}_x = \frac{-2 k_e \lambda \sin(\theta_0)}{R} \cdot \hat{x}$$

oef. 4) geleidend dus alle lading aan de buitenkant!

$$-\frac{1}{3}Q + Q + \frac{5}{2}Q = -\frac{2}{6}Q + \frac{6}{6}Q + \frac{15}{6}Q = \frac{19}{6}Q$$

opp! niet volume

$$E \cdot \cancel{\frac{4}{3}}\, 4 \pi R^{\cancel{3}\,2} = \frac{\frac{19}{6}Q + \frac{18}{6}Q}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E = \frac{37}{2\cancel{4}\,4} \cdot \frac{Q}{\pi R_2^{2} \varepsilon_0}$$

oef. 5) heel lang dus E radiaal ⊥ op cilinders.

a) Neem opp een cilinder met lengte l:

$$E \cdot \underbrace{2\pi R l}_{\text{opp mantel}} = \frac{\pi R^2 l \cdot \rho_E}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E = \frac{R \rho_E}{2 \varepsilon_0}$$

b) geen extra Q_{encl}: $E = \frac{R_1^2 \cdot \rho_E}{R\, 2\, \varepsilon_0}$

c) $E = \frac{\pi R_1^2 \rho_E + (\pi R^2 l - \pi R_2^2 l) \cdot \rho_E}{2\pi R l \varepsilon_0} = \frac{R_1^2 \rho_E + R^2 \rho_E - R_2^2 \rho_E}{2 R \varepsilon_0}$

d) zelfde als c), maar R^2 in teller is R_3^2

oef. 6)

a) volume bol : $\frac{4\pi}{3} \cdot r_0^3$ met $Q = \frac{4\pi}{3} \cdot r_0^3 \cdot \rho_E$

volume gat : $\frac{\cancel{4}\pi}{3} \cdot \frac{r_0^3}{\cancel{8}_2} = \frac{\pi r_0^3}{6}$ met $Q = 0$

Bol is te zien als een superpositie van de ongeveden bol met op de plek van het gat een bol met tegengestelde lading:

In volle bol is er in A geen veld, wel een veld van "gatbol":

$E \cdot \cancel{4}\pi \frac{r_0^{\cancel{2}}}{\cancel{4}} = \frac{\pi r_0^{\cancel{3}}}{6 \cdot \varepsilon_0} \cdot \rho_E \Leftrightarrow E = \frac{r_0 \rho_E}{6 \varepsilon_0}$ naar rechts want negatieve fictieve lading.

b) E volle bol : $E \cdot \cancel{4\pi} r_0^{\cancel{2}} = \frac{\cancel{4\pi}}{3} \frac{r_0^{\cancel{3}}}{\varepsilon_0} \cdot \rho_E \Leftrightarrow E = \frac{r_0 \rho_E}{3 \varepsilon_0}$ naar links

E gatbol : $E \cdot \cancel{4\pi} \left(\frac{r_0}{2} + r_0\right)^2 = \frac{\cancel{\pi} r_0^3}{6} \cdot \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E = \frac{r_0 \rho_E}{54 \cdot \varepsilon_0}$ naar rechts

$\frac{3 r_0}{2}$

SOM : $E = \frac{17}{54} \cdot \frac{r_0 \rho_E}{\varepsilon_0}$ naar links

OZ. 7

oef. 0)

a) Te weinig kennis over $\vec{E}$ dus potentiaal anders bepalen:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \cdot \frac{2\theta_0 R \cdot \lambda}{R} = k_e 2 \lambda \cdot \theta_0$$

b) $\vec{E} = \vec{0}$, logisch want cirkel, dus elke richting neutraliseert.

uit vorige OZ

$$V = k_e \cdot \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{\cancel{4\pi}_2 \varepsilon_0} \cdot \frac{\cancel{2\pi} R\lambda}{R} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

c) Nog altijd $\theta_0 = 180°$!

Op ∞ geen potentiaal, dus verschil in pot. E en gevraagd voor snelheid → behoud van energie:

$$\frac{m_p \cdot (1,0)^2}{2} + e \cdot \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} = \frac{m_p \cdot v_2^2}{2} + 0$$

$\Updownarrow$

$$v_2 = 2,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

oef. 1)

a) $\Delta K + \Delta U = 0 \Leftrightarrow \Delta K + q_0 \cdot \Delta V = 0 \Leftrightarrow \Delta V = \frac{-\Delta K}{q_0} = 3,28 \cdot 10^3 V$

b) potentiaal stijgt dus B

oef. 2)

a) $E = -150 \frac{V}{m}$ $\quad R = 6,38 \cdot 10^6 m$

$$\Delta V = -\int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{s} = +150 \frac{V}{m} \cdot R - 0 = 957 \cdot 10^6 V$$

b) Dan: $\quad$ ↖ $\quad$ dus $-957 \cdot 10^6 V$

oef. 3) Ring onderverdelen in nog kleinere deelringen met opp: $2\pi R dR$

$$V_{tot} = k_e \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{r} = k_e \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma 2\pi R dR}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \int_{R_1^2+x^2}^{R_2^2+x^2} \frac{1}{\sqrt{u}} du = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} \cdot \left[2\sqrt{u}\right]_{\dots}^{\dots}$$

$r = \sqrt{R^2+x^2}$

Stel $u = R^2+x^2$

dan $\frac{du}{dr} = 2R$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \left[\sqrt{R^2+x^2}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \left(\sqrt{R_2^2+x^2} - \sqrt{R_1^2+x^2}\right)$$

oef. 4) 3 dimensies: afleiden en samenvoegen:

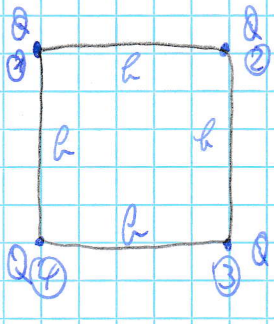
$\frac{dV}{dx} = -21x^2 + 3z$ $\qquad \vec{E} = (21x^2 - 3z)\vec{i} + (4z - 2y)\vec{j} + (4y - 3x)\vec{k}$

$\frac{dV}{dy} = -4z + 2y$

$\frac{dV}{dz} = -4y + 3x$

$\frac{dV}{d\alpha} = -\vec{E}_\alpha$

oef. 5)



a) Sommeren voor 4 zijdes + 2 diagonalen:

$$\frac{4 \cdot k_e \cdot Q^2}{b} + \frac{2 \cdot k_e Q^2}{\sqrt{2}\, b} = \frac{k_e Q^2}{b} \cdot \left(4 + \sqrt{2}\right)$$

b) $\frac{4 \cdot k_e Q^2}{\sqrt{2}\, b/2} = \frac{4\sqrt{2}\, k_e Q^2}{b}$

c) Stabiel: krachten langs alle kanten gelijk.

d) Gaan van beetje afwijking uit, dan instabiel. Behoud van energie: max ΔK als volledige pot E van b) wordt omgezet.

e) c: aantrekken naar dus instabiel vanaf minste afwijking.
d: stabiel, want wordt naar midden teruggetrokken.

oef. 6) Schillen van zelfde dichtheid.

① Elektrisch veld bepalen:

$$Q_{encl} = \int_0^{R_0} 4\pi R^2 \cdot \rho_E \, dR = 4\pi\rho_0 \cdot \int_0^{R_0} r^2 - \frac{r^4}{r_0^2} \, dr$$

$$= 4\pi\rho_0 \left[\frac{-r^5}{5r_0^2} + \frac{r^3}{3} \right]_0^{R_0}$$

$$= 4\pi\rho_0 \cdot \left(\frac{-R_0^3}{5} + \frac{R_0^3}{3} \right) = \frac{8}{15}\pi\rho_0 R_0^3 \text{ voor } r > R_0$$

Voor $R < R_0$: $Q_{encl} = 4\pi\rho_0 \cdot \left(\frac{R^3}{3} - \frac{R^5}{5R_0^2} \right)$

Dan is $E = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0 \cdot 4\pi R^2} = \frac{\rho_0 \cdot \left(\frac{R}{3} - \frac{R^3}{5R_0^2} \right)}{\varepsilon_0}$

Van oneindig ver is de bol als een puntlading te zien: op opp:

$$V = k_e \cdot \frac{8/15 \cdot \pi\rho_0 R_0^3}{R_0} = \frac{2\rho_0 R_0^2}{15\varepsilon_0}$$

binnenin verschil tussen V op R en V op opp (R_0) bekijken:

$$\Delta V = -\int_{R_0}^{R} E \, dr = -\int_{R_0}^{R} \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{R}{3} - \frac{R^3}{5R_0^2} \right) dR$$

$$= \frac{-\rho_0}{\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{R^2}{6} - \frac{R^4}{20R_0^2} \right]_{R_0}^{R}$$

$$\Updownarrow$$

$$V_r - V_{r_0} = \frac{-\rho_0}{\varepsilon_0} \cdot \Big[\quad \Big]_{R_0}^{R}$$

$$\Updownarrow$$

$$V_r = \frac{2\rho_0}{15 \cdot \varepsilon_0} R_0^2 - \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{R^2}{6} - \frac{R^4}{20R_0^2} - \frac{R_0^2}{6} + \frac{R_0^2}{20} \right)$$

$$= \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{R_0^2}{4} - \frac{R^2}{6} + \frac{R^4}{20R_0^2} \right)$$

02.8

oef. 0) $E = 9{,}21 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$, $d = 0{,}00195\ m$

$\kappa = 3{,}75$, $Q = 0{,}675 \cdot 10^{-6}\ C$

$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow$ 2 platen: $\frac{Q}{\kappa \varepsilon_0 A} = E$ en $C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d} = 3{,}76 \cdot 10^{-9} F$

$A = 0{,}\cancel{028}\ m^2$
221

$\rightarrow$ ~~$C_0 = \frac{C}{\kappa}$~~

oef. 1) $C = 1200 F$, $V = 12{,}0\ V$, $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 1{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{C}{s}$

behouden dus $V = 12{,}0 V \rightarrow Q = 14400 C$

$= 6{,}00 V \rightarrow Q = 7200 C$

$-7200\ C$

duurt 7200000 sec = 83 dagen

oef. 2) a) d wordt verlaagd tot d-l dus $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d-l}$

~~A wordt verdubbeld~~ eig. oplossen door als seriecondensators te zien.

b) $\frac{1}{0{,}6}$ keer $= \frac{5}{3}$

oef. 3) a en b zitten op zelfde potentiaal! $\rightarrow V_1 = V_2 \Leftrightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$ en $\frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q_x}{C_x}$

C_2 en C_3 in serie dus als we voltmeter wegdenken: $Q_2 = Q_3$

C_1 en C_x : $Q_1 = Q_x$

Invullen: $C_x = \frac{Q_3}{C_3 \cdot Q_x} = \frac{Q_2}{C_3 \cdot Q_1} = \frac{C_2}{C_3 \cdot C_1} = 5{,}3\ \mu F$

oef. 4) $C_1 + C_2 = C_{para}$ pot. energie $\rightarrow U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$

$\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = C_{serie}$ $U_{para} = 5 \cdot U_{serie} \Leftrightarrow \frac{C_1 + C_2}{\cancel{2}} = \frac{5}{\cancel{2}} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{(C_1 + C_2)}$

$C_1 = \frac{3C_2 \pm \sqrt{5}\, C_2}{2}$ $\Leftrightarrow C_1^2 - 3C_1C_2 + C_2^2 = 0 \Leftrightarrow 5 C_1 C_2 = C_1^2 + 2C_1C_2 + C_2^2$

$D = 9C_2^2 - 4C_2^2$

oef. 51) parallel dus zelfde lading V_0 gekregen en elk helft Q voor $Q_0 = \frac{Q}{2}$

$C_{nieuw} = \frac{K \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{d}$ en zelfde V_0 door parallel dus lading moet verplaatsen

$= \frac{Q}{\Delta V}$

a) Dus: $V_1 = V_2 \Leftrightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Leftrightarrow \frac{Q_1}{\cancel{C_1}} = \frac{2Q_0 - Q_1}{K \cdot \cancel{C_1}} \Leftrightarrow KQ_1 = 2Q_0 - Q_1$

$\Updownarrow$

$Q_1 = \frac{2Q_0}{K+1}$

$Q_2 = 2Q_0 - \frac{2Q_0}{K+1}$

$= \frac{2Q_0 K}{K+1}$

b) $V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2\cancel{Q_0}/K+1}{\cancel{Q_0}/V_0} = \frac{2V_0}{K+1}$

02.9

zelfde als $°C^{-1}$

oef. 0) $\rho_{20°C} = 5{,}6 \cdot 10^{-8}\, \Omega \cdot m$ $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\, K^{-1}$ $d = 0{,}20 \cdot 10^{-3}\, m$ $l = 0{,}50\, m$

$V = 6{,}0\, V$ $T_1 = 20°C$ $T_2 = 2500°C$ $P?$

Lijdje brandt betekent op T_2 temperatuur -> in Kelvin: 2773,15K

$$R_{2500} = \rho_{2500} \cdot \frac{l}{A} = 11\, \Omega$$

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3{,}1 \cdot 10^{-8}\, m^2$$

$$\rho_{2500} = \rho_{20} + \rho_{20} \cdot \alpha \cdot 2475 = 6{,}8 \cdot 10^{-7}\, \frac{\Omega}{m}$$

$$P = \Delta V \cdot I = \frac{(\Delta V)^2}{R} = 3{,}3\, W$$

oef. 1) $I = 3100\, A$ $\rho = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\, \frac{\Omega}{m}$ $l = 0{,}04\, m$

$R = \rho \cdot l = 1 \cdot 10^{-6}\, \Omega$ $\Delta V = I \cdot R = 3{,}1 \cdot 10^{-3}\, V$

oef. 2) $R_1 = R_2$ $\rightarrow \frac{3\, \cancel{\rho_1}\, l_2}{A_1} = \frac{\cancel{\rho_2}\, l_2}{A_2} \Leftrightarrow \frac{3}{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{3 d_2^2}{\cancel{4}} = \frac{d_1^2}{\cancel{4}}$

$l_1 = 3 \cdot l_2$

beide alu dus $\rho_1 = \rho_2$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{3}$$

oef. 3) $R = 3{,}70 \cdot 10^3\, \Omega$ $\alpha_C = -0{,}0005$

$\alpha_N = 0{,}0004$

$$R_C + R_C \cdot \alpha_C \cdot \Delta T + R_N + R_N \cdot \alpha_N \cdot \Delta T \underset{②}{=} R$$

① ΔT moet wegvallen dus: $R_C \cdot \alpha_C \Delta T + R_N\, \alpha_N \Delta T = 0 \Leftrightarrow \frac{R_C}{R_N} = \frac{-\alpha_N}{\alpha_C}$

② $R_C + R_N = R$

Invullen: $\frac{-\alpha_N}{\alpha_C} \cdot R_N + R_N = R \Leftrightarrow R_N = 2{,}06 \cdot 10^3\, \Omega$

$R_C = 1{,}64 \cdot 10^3\, \Omega$

oef. 4) Serie → zelfde I door

$I = 380 \cdot 10^{-3} A$

$V = 1{,}5V$

a) $R = \frac{V}{I} = \frac{1{,}5V}{I} + \frac{1{,}5V}{I} = 7{,}9\,\Omega$ $\quad P = I^2 \cdot R = 1{,}1W$

want R in serie is optellen

b) R verdubbelt $\quad P = \frac{V^2}{R}$ → factor 4!

V verdubbelt

oef. 5) $[He^{2+}] = 2{,}8 \cdot 10^{12}\, m^{-3}$ $\quad v_{He} = 2{,}0 \cdot 10^6\, m/s$

$[O_2^-] = 7{,}0 \cdot 10^{11}\, m^{-3}$ $\quad V_0 = 6{,}2 \cdot 10^6\, m/s$

$j = \frac{I}{A} = n \cdot v_d \cdot e = [He^{2+}] \cdot V_{He} \cdot 2 \cdot e - [O_2^-] \cdot V_0 \cdot (-e)$

$= 2{,}5 \cdot \frac{A}{m}$ naar boven

oef. 6) $P = 15 \cdot 10^6 W$ $\quad d = 5{,}0 \cdot 10^{-3} m$ $\quad$ 1 lijn heen, 1 terug

$V_1 = 220V$ $\quad \rho_{Cu} = 1{,}68 \cdot 10^{-8}\, \Omega/m$

$I = \frac{P}{V} = 68182\,A$ → P zoeken dat door weerstand verloren is:

zes meter, maar 2 kabels! = 2m

$P = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{A} = 4I^2 \frac{\rho l}{\pi d^2} = 7955116\,W$

$kost = P \cdot 1\,uur \cdot \frac{0{,}22}{1000\,W} = 1{,}8 \cdot 10^3\,€$

02.10

oef 0) a) condensatoren opgeladen dus enkel stroom door weerstanden.
R en C in parallel dus beide onder 24V.

-> zelfde stroom ~~over~~ door weerstanden: $I = \frac{24V}{13,2\,\Omega} = 1,82A$

Spanningsval over $8,8\,\Omega$: $V = I.R = 16V$ dus a heeft 8V

-> zelfde stroom op equivalente condensator als (apart) beide condensators:

$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 0,206 \cdot 10^{-6}\,F \rightarrow Q_{eq} = C_{eq} \cdot 24V = 4,94 \cdot 10^{-6}\,C = Q_1 = Q_2$

Spanningsval over $0,48\,\mu F$: $V = \frac{Q_{eq}}{0,48\,\mu F} = 10,3V$ dus b heeft 13,7V

$\Delta V = 5,7V$

b) En wachten tot equilibrium -> dan weer geen stroom door condensators dus ook weerstanden in serie -> a is nog steeds 8V en verbonden met b dus zelfde potentiaal -> $\Delta V = 0V$

c) Q_1 is nu $V_1 \cdot C_1 = 7,68 \cdot 10^{-6}\,C$
Q_2 is nu $V_2 \cdot C_2 = 2,88 \cdot 10^{-6}\,C$

Kirchhoff op b geeft Q_2 weg en Q_1 in dus Q_e stroomt naar links weg met grootte $4,8 \cdot 10^{-6}\,C$

oef. 1) $\mathcal{E} = 12,0V$ $\quad r$?
$P_e = 4,0W$

parallel dus elk helft I dus totaal is maal twee

$4,0W = 12V \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{2}{3,0}A$

① Weerstand hele schakeling: $V = \mathcal{E} - I.r$

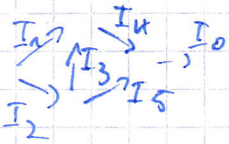
$11,8V = 12V - \frac{2}{3,0A} \cdot r \Leftrightarrow r = 0,3\,\Omega$

oef. 2) $A \rightarrow B$: $2R, R$ parallel $= \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \rightarrow \frac{2}{3}R$

$A \rightarrow B \rightarrow C$: $\frac{2}{3}R$ en R serie $= \frac{5}{3}R$

$A \rightarrow C$: $\frac{5}{3}R$ en R parallel $= \frac{3}{5R} + \frac{1}{R} = \frac{8}{5R} \rightarrow \frac{5}{8}R \rightarrow + R = \frac{13}{8}R$

oef. 3) Neem stromen naar rechts en door 15 Ω naar boven



Niet te veel vgl zoeken! 6 stromen -> 6 vgl.

Knopen: $I_0 = I_1 + I_2$ lussen: $I_1 R_1 = I_3 R_3 + I_2 R_2$

$I_4 + I_5 = I_0$ $I_3 R_3 + I_4 R_4 = I_5 R_5 \Leftrightarrow I_4 R_4 = I_5 R_5 - I_3 R_3$

$I_1 + I_3 = I_4$ $\varepsilon = I_2 R_2 + I_5 R_5$

OPLOSSEN: I_0 weg: $I_1 + I_2 = I_4 + I_5$

I_1 weg: $I_4 - I_3 + I_2 = I_4 + I_5 \Leftrightarrow I_2 = I_3 + I_5$

$I_4 R_1 - I_3 R_1 = I_3 R_3 + I_2 R_2$

I_2 weg: $\varepsilon = I_3 R_2 + I_5 R_2 + I_5 R_5 = I_3 R_2 + I_5 \cdot (R_2 + R_5)$

$I_4 R_1 = I_3 \cdot (R_1 + R_3) + I_3 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_2 = I_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_3) + I_5 \cdot R_2$

I_4 weg: $I_5 \cdot \frac{R_5}{R_4} R_1 - I_3 \cdot \frac{R_3}{R_4} R_1 = I_3 (R_1 + R_2 + R_3) + I_5 \cdot R_2$

$\Downarrow$

$I_5 \cdot (R_5 R_1 - R_2 R_4) = I_3 \cdot (R_1 R_4 + R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_1 R_3)$

I_5 in ε-vgl vervangen: $\varepsilon = I_3 R_2 + (R_2 + R_5) \cdot I_3 \cdot \frac{(R_1 R_4 + R_2 R_4 + R_3 R_4 + R_1 R_3)}{(R_1 R_5 - R_2 R_4)}$

$I_3 = 0{,}00114\,A$ $I_2 = 0{,}154\,A$ $I_4 = 0{,}177\,A$

$I_5 = 0{,}153\,A$ $I_1 = 0{,}176\,A$

oef. 4) $C = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\,F$ $R = 8{,}7 \cdot 10^{3}\,\Omega$

$V_c = V_0 \cdot e^{-t/RC} = 0{,}001\,V_0 \Leftrightarrow e^{-t/RC} = 0{,}001 \Leftrightarrow \frac{-t}{RC} = \ln(0{,}001) \Leftrightarrow t = 0{,}18\,s$

oef. 5) $V = 45\,V$ $R_1 = 44 \cdot 10^{3}\,\Omega$ $R_2 = 27 \cdot 10^{3}\,\Omega$ $R_3 = 95 \cdot 10^{3}\,\Omega$

a) Voltmeter in parallel met weerstand:

originele $I_0 = \frac{45}{R_1 + R_2} = 6{,}3 \cdot 10^{-4}\,A$ door beide weerstanden

met voltmeter is stroom $I_0 = \frac{45}{\left(\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}\right) + R_2} = 7{,}88 \cdot 10^{-4}\,A \rightarrow V_1 = 23{,}7\,V$

b) nieuwe $I_0 = \frac{45}{R_1 + \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)} = 6{,}92 \cdot 10^{-4}\,A \rightarrow V_2 = 14{,}6\,V$

c) origineel: $V_1 = 27{,}9\,V$ en $V_2 = 17{,}1\,V \rightarrow 15\%$ verschil en $14{,}6\%$ verschil!