Spinresonantie voor neutronen. De Larmorprecessiefrequentie van het neutron kan nauwkeurig als volgt worden gemeten. Een bundel neutronen met magnetisch moment
$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{S}$ passeert een uniform magneetveld $\mathbf{B}_0$ dat volgens de z-as gericht is.
Initieel ($t = -\infty$) zijn de neutronen in de toestand $|->_z$. Wanneer de neutronen de oorsprong naderen komen zij terecht in een oscillerend magneetveld $\mathbf{B}_1$ dat in het xy-vlak ligt, met componenten
$B_{1x} = B_1 \exp(-r/a) \cos \omega t$; $B_{1y} = B_1 \exp(-r/a) \sin \omega t$; $B_{1z} = 0$. Hier is $r^2 = x^2 + y^2$ en a een constante lengte. We veronderstellen dat het oscillerend veld een zeer kleine storing is, dus $B_1 << B_0$.

a) Gegeven is de baan van de neutronen: $x = v\, t$, $y = z = 0$. Schrijf de Hamiltoniaan op van de interactie van het magnetisch moment met de magneetvelden $\mathbf{B}_0$ en $\mathbf{B}_1$.
Geef ook de matrixvoorstelling van de Hamiltoniaan in de basis van S_z. Definieer hiervoor de frequenties ω_0 en ω_1.

b) Geef de tijdsevolutie van een willekeurige spintoestand (α,β), in de vorm van een stelsel gekoppelde differentiaalvergelijkingen.

c) Voer nieuwe variabelen in, $\alpha'(t) = \alpha(t) \exp(i\omega_0 t/2)$ en $\beta'(t) = \beta(t) \exp(-i\omega_0 t/2)$. Geef de tijdsevolutie van deze nieuwe variabelen.

d) Integreer de differentiaalvergelijking voor $\alpha'(t)$ formeel en leidt zo een uitdrukking af voor $\alpha'(t)$. Maak gebruik van de kennis van de initiële toestand om de integratieconstante te bepalen.

e) Werk nu tot op eerste orde in B_1 en vervang dus in de integraal $\beta'(t)$ door zijn waarde in afwezigheid van het oscillerend veld.

f) Bereken nu de integraal voor $\alpha'(\infty)$ door gebruik te maken van symmetrie-eigenschappen en door tweemaal partiële integratie toe te passen.

g) Bereken de kans dat de spin van het neutron omklapt bij doorgang door het wisselveld, d.w.z. de kans om $|+>_z$ aan te treffen op $t = \infty$.

h) Zet deze overgangswaarschijnlijkheid uit in grafiek als functie van $\omega-\omega_0$ en interpreteer.